

# Základy astronomie

## II

# Laboratorní a praktické úlohy

(verze 1)

Miloslav Zejda

Brno 2012



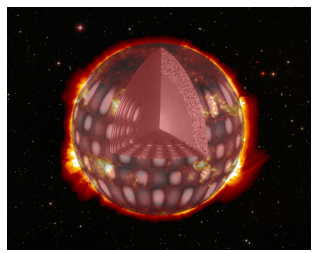
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

## Úvod

V předkládaném sborníčku je uvedeno 7 laboratorních či praktických úloh z astronomie. Nejde vždy o zcela nové a původní úlohy. Jsou převzaty, inovovány, opraveny případné chyby a doplněny. U všech úloh je samozřejmě uveden i původní zdroj(e), takže uživatel může porovnat úlohu s jejím předobrazem. Soubor bude nadále doplňován. Vznikl v rámci projektu Inovace výuky aplikované fyziky na Přírodovědecké fakultě Masarykovy Univerzity, CZ. 1.07/2.2.00/15.0181.

## Seznam úloh:

1. Vzdálenost cefeid
2. Hertzsprungův-Russellův diagram
3. Měření vzdálenosti supernovy SN 1987A
4. Pulsary a Krabí mlhovina
5. Dynamická paralaxa hvězd
6. Vlastnosti Galaxie
7. Hmotnost černé díry v centru Galaxie



# ZÁKLADY ASTRONOMIE 2

## Praktikum 1.

### VZDÁLENOST CEFEID

#### 1 Úvod

Určování vzdáleností ve vesmíru patří sice k základním úkolům astronomie, ale v praxi se rozhodně nejedná o jednoduchou úlohu. Zásadní problém tkví v tom, že neexistuje jediná univerzální metoda, která by nám pomohla určovat vzdálenosti ke všem objektům ve vesmíru. Využíváme proto mnoha nejrůznějších metod, kdy jedna metoda slouží jako základ pro jinou, navazují na sebe, a proto někdy mluvíme o tzv. kosmickém žebříčku vzdáleností. Zásadním požadavkem samozřejmě je, aby všechny příčky tohoto žebříčku byly náležitě přesné a zkalibrované.

Jednou z nejrozšířenějších metod určování vzdáleností ve světě hvězd je využití jednoho typu pulsujících hvězd, tzv. cefeid. Jsou pozorovatelné na velkou vzdálenost, takže s jejich pomocí lze určovat nejen vzdálenosti v naší Galaxii, ale i v jiných hvězdných soustavách. Význam cefeid objevila v roce 1912 Henrietta Swan Leavittová. U cefeid v sousední galaxii Malém Magellanově oblaku (Small Magellanic Cloud – SMC) zjistila, že existuje závislost mezi jejich střední hvězdnou velikostí a periodou světelných změn. Čím jsou periody delší, tím jsou cefeidy jasnější. Hvězdy v Malém Magellanově mračnu můžeme považovat za stejně vzdálené od Země, takže jasnější cefeidy jsou i ve skutečnosti zářivější než cefeidy méně jasné. Pozdější výzkumy potvrdily, že jde o obecnou vlastnost cefeid.

V tomto praktiku využijeme také cefeidy z Malého Magellanova mračna. Dnes už je identifikováno v SMC mnoho cefeid, známe hvězdné velikosti a periodu světelných změn. Na základě těchto údajů pak můžeme stanovit jejich vzdálenost a tím i určit vzdálenost Malého Magellanova mračna.

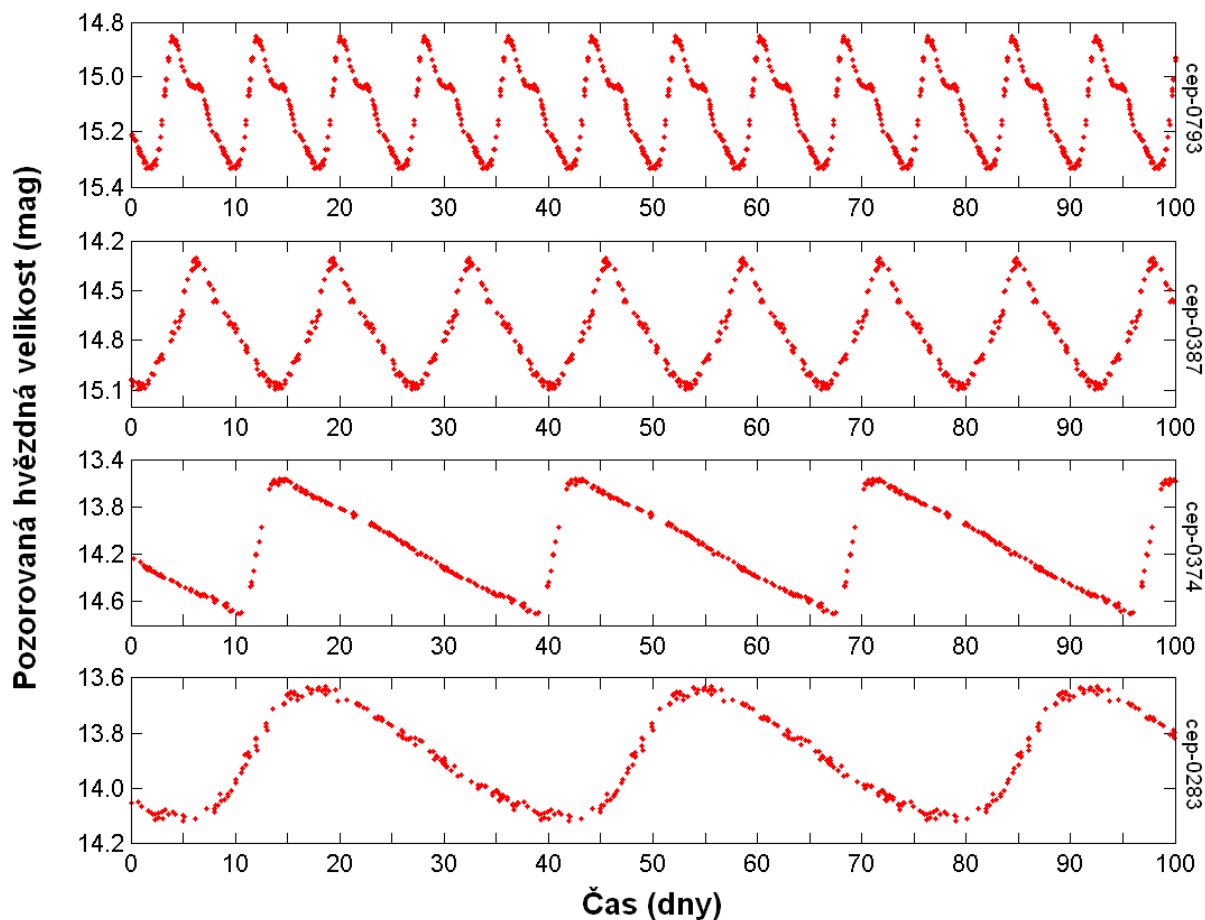
#### 2 Pracovní postup

1. Cefeidy jsou velmi zářivé hvězdy. Mnoho jich bylo objeveno počátkem minulého století na fotografických deskách Harvardské observatoře. Do tabulky 1 jsme zapsali 17 cefeid, které tam objevila na snímcích SMC Leavittová. V tabulce jsou uvedeny jejich periody  $P$  a hvězdné velikosti  $m$ . Vypočítejte logaritmus periody a doplňte do tabulky. Do grafu (obr. 2) vynesete veličiny  $\log P$  a  $m$ . Lineární závislost mezi oběma proměnnými by měla být patrná již na první pohled.
2. Na obrázku 1 jsou zakresleny světelné křivky dalších čtyř cefeid z SMC, které byly pořizeny v rámci přehlídkového projektu OGLE (<http://ogle.astrouw.edu.pl/>). Z obrázku odečtete jejich periody světelných změn a určete střední hvězdné velikosti  $m_{\text{str}} = (m_{\text{max}} + m_{\text{min}})/2$ . Jednotlivé hvězdné velikosti odečítejte s přesností na desetinu magnitudy. Výsledky zapisujte do tabulky 3 a vynesete do grafu (obr. 2).
3. Vynesenými body v grafu na obr. 2 proložte přímkou. Dostanete tak nekalibrovanou závislost perioda – hvězdná velikost pro cefeidy. Ale vzhledem k tomu, že vzdálenost všech cefeid v SMC od nás je přibližně stejná, je pozorovaná hvězdná velikost zároveň mírou zářivého výkonu těchto hvězd.

4. Kalibraci závislosti perioda – hvězdná velikost na obrázku 2 provedeme tak, že do téhož grafu vyneseme absolutní hvězdné velikosti  $M$  a logaritmy period  $P$  pro 20 cefeid, jejichž vzdálenost byla určena jinak. Příslušné hodnoty  $M$  a  $\log P$  v tabulce 2 jsou převzaty z práce R. P. Krafta (1961). Také těmito novými body proložíte přímkou.
5. Z obr. 2 určete vertikální rozdíl ( $m - M$ ) mezi oběma přímkami. Bohužel proložené přímkou nejsou rovnoběžné, takže je třeba odečíst rozdíl na několika místech a zprůměrovat. Vezměte v úvahu i rozdíl škál  $m$  a  $M$ . Získaný rozdíl ( $m - M$ ) se označuje jako modul vzdálenosti a platí pro něj

$$m - M = 5 \log r - 5. \quad (1)$$

Výpočet vzdálenosti  $r$  už je pak snadnou záležitostí.



Obr. 1: Světelné křivky čtyř cefeid v SMC z přehlídky OGLE.

## Použité zdroje a další materiály ke studiu

Kraft, R. P. 1961, *Astrophysical Journal* 133, 39

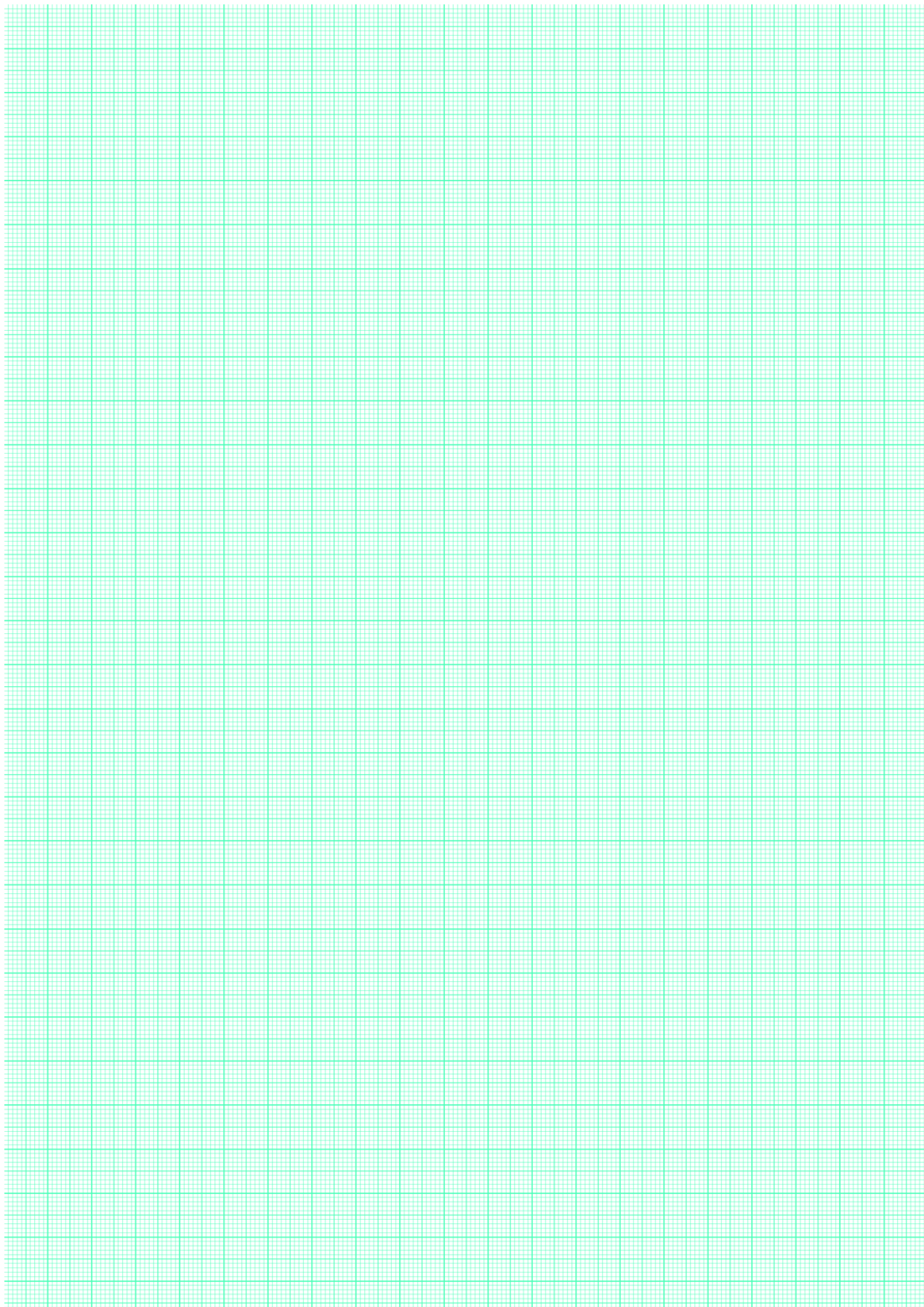
Pasachoff J. M., Goebel R. W., 1979, *Laboratory Exercises in Astronomy – Cepheid Variables and the Cosmic Distance Scale*, *Sky and Telescope* 57, č. 3, 241-244

Pokorný, Z., *Vademecum. Hvězdárna a planetárium M. Koperníka v Brně*, 2006

Skarka, M., osobní sdělení

Stránky projektu OGLE <http://ogle.astrouw.edu.pl/>

<http://www.julda.cz/2009/04/milimetrovy-papir-k-vytisknuti-vzor-ke-stazeni/>



Obr. 2: Graf.

Shrnutí úkolů:

1. Pro hvězdy v tabulce 1 spočítejte logaritmus periody a doplňte do tabulky. Do grafu na obrázku 2 vynesete veličiny  $\log P$  a  $m$  z tabulky 1. Samozřejmě je možné pro splnění úkolu použít příslušné programy, kde bude výpočet logaritmů i vykreslení grafu dílem okamžiku. Nezapomeňte v každém případě správně popsat osy grafu. Pokud budete pracovat v prostředí nějakého tabulkového procesoru vytiskněte výsledné tabulky a grafy a přiložte k protokolu.
2. Prozkoumejte a oměřte světelné křivky na obrázku 1 a výsledky zanepte do tabulky 3. Ke zjištění periody změřte vzdálenosti mezi minimy nebo maximy. Měření proveďte několikrát a výsledky запиšte do tabulky. Spočítejte průměrnou hodnotu a chybu. Podobně postupujte při měření hvězdných velikostí a určení střední hvězdné velikosti  $m_{str}$ . Výsledné hodnoty pro čtyři cefeidy vynesete do společného grafu s výsledky z bodu 1 (grafu na obrázku 2 případně do grafu vytvářeném na počítači). Tyto čtyři body označte odlišně od ostatních (prázdným kroužkem, křížkem apod.).
3. Vynesenými body v grafu na obrázku 2 proložte přímkou.
4. Do grafu na obrázku 2 doplňte údaje z tabulky 2. Stupnice  $\log P$  zůstane stejná. Škálu  $M$  zvolte tak, aby se nově vynášené body nepřekrývaly s předchozími, protože by to znemožňovalo dostatečně přesné proložení přímkou vynesenými body. Stupnici  $M$  vynášejte na pravou svislou osu, měřítko musí zůstat stejné! Nicméně je výhodné zvolit posun o celistvý počet magnitud. Nově vynesenými body také proložte přímkou.
5. Odečtěte vertikální rozdíl ( $m - M$ ) mezi oběma přímkami a doplňte následující údaje:
  - a) Rozdíl škál  $m$  a  $M$ : . . . . . V jakých jednotkách? . . . . .
  - b) Průměrná vzdálenost obou přímek v obr. 2 je . . . . .
  - c) Zjištěný modul vzdálenosti ( $m - M$ ) = . . . . .
  - d) Vzdálenost Malého Magellanova mračna  $r$  = . . . . .
6. Diskutujte přesnost určení vzdálenosti. Odhadněte, jak se jednotlivé kroky řešení (měření v grafu, určení vzdálenosti přímek atd.) podílely na nejistotě určení vzdálenosti SMC.



Tabulka 1: Cefeidy v SMC.

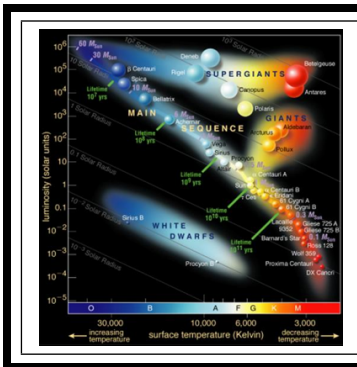
Hvězda	$m$ [mag]	$P$ [dny]	$\log P$
HV 2019	16,8	1,62	
HV 2035	16,7	2,00	
HV 844	16,3	2,24	
HV 2046	16,0	2,57	
HV 1809	16,1	2,82	
HV 1987	16,0	3,16	
HV 1825	15,6	4,27	
HV 1903	15,6	5,13	
HV 1945	15,2	6,46	
HV 2060	14,3	10,2	
HV 1873	14,7	12,9	
HV 1954	13,8	16,6	
HV 847	13,8	27,5	
HV 840	13,4	33,1	
HV 1182	13,6	39,8	
HV 1837	13,1	42,7	
HV 1877	13,1	50,1	

Tabulka 2: Vybrané klasické cefeidy dle Krafta (1961).

Hvězda	$\log P$	$M$ [mag]	Hvězda	$\log P$	$M$ [mag]
SU Cas	0,29	-1,7	U Sgr	0,83	-3,5
EV Sct	0,49	-2,4	$\eta$ Aql	0,86	-3,5
SS Sct	0,56	-2,4	RX Cam	0,90	-3,7
SU Cyg	0,58	-2,8	DL Cas	0,90	-3,7
Y Lac	0,64	-2,8	S Nor	0,99	-3,7
FF Aql	0,65	-3,1	Z Lac	1,04	-4,1
CF Cas	0,69	-3,4	RW Cas	1,17	-4,5
V350 Sgr	0,71	-3,0	Y Oph	1,23	-5,3
CV Mon	0,73	-3,0	T Mon	1,34	-5,6
RR Lac	0,81	-3,4	SV Vul	1,65	-6,4

Tabulka 3: Cefeidy v SMC. Data dle měření z projektu OGLE.

Hvězda	Měření	$m_{\max}$ [mag]	$m_{\min}$ [mag]	$m_{\text{str}}$ [mag]	$P$ [dny]	$\log P$
Cep-0793						
	průměr					
Cep-0387						
	průměr					
Cep-0374						
	průměr					
Cep-0283						
	průměr					



# ZÁKLADY ASTRONOMIE 2

## Praktikum 2.

# HERTZSPRUNGŮV-RUSSELLŮV

# DIAGRAM

## 1 Úvod

Hertzsprungův-Russellův diagram (HR diagram nebo jen HRD) zaujímá mezi astrofyzikálními diagramy zcela výsadní postavení. Obrazy hvězd se v něm vyskytují ve třech oblastech. Naprostá většina hvězd (asi 92 %) je zobrazena na tzv. hlavní posloupnosti, 7 % hvězd vyplňuje oblast bílých trpaslíků a jen jedna setina všech hvězd patří do skupiny obrů veleobrů. I když na podobu HR diagramu mají silný vliv nejružnější výběrové efekty, představuje významnou pomůcku pro studium hvězd a hvězdných uskupení.

Největší skupinou hvězd na HR diagramu je hlavní posloupnost. Tam se nacházejí hvězdy, které v centru spalují vodík. Protože tato etapa v životě hvězd trvá nejdéle, je právě hlavní posloupnost nejpočetněji zastoupenou skupinou HR diagramu. Z podoby HR diagramu ale mimo jiné vyplývá, že jasnější hvězdy jsou také velmi horké. Hvězdy v horké části hlavní posloupnosti jsou modřejší a hmotnější. Chladnější, slabší hvězdy hlavní posloupnosti jsou červenější a méně hmotné. Je nutné si také uvědomit, že poloha hvězdy na hlavní posloupnosti je hvězdě dána do vínku při jejím vzniku. Je odvozena od její hmotnosti. Na hmotnosti také závisí, jak dlouho se hvězda na hlavní posloupnosti zdrží. Čím je hvězda hmotnější, tím kratší dobu na hlavní posloupnosti stráví.

Když hvězdy opustí hlavní posloupnost, záleží jejich další vývoj na jejich počáteční hmotnosti. Hvězdy méně i více hmotné než Slunce mohou mít další vývojovou cestu velmi odlišnou, ale obě skupiny projdou oblastí červených obrů.

Oblast červených obrů (a veleobrů) je tvořena rozmanitými hvězdami, které byly dříve na hlavní posloupnosti. Když je vodík v nitru hvězdy téměř vyčerpán začne jádro hvězdy hlavní posloupnosti chladnout, produkce energie klesá a jádro se smršťuje. Kontrakce jádra ale vede ke zvýšení jeho teploty a produkce energie. Větší množství energie z jádra způsobí expanzi svrchních vrstev a hvězda se začne nafukovat. Přestože je teplota jádra větší, hustota zářivého toku (množství energie, které projde jednotkou povrchu) se zmenšilo, takže povrch je chladnější a tedy červenější.

Horké jádro hvězdy zapaluje vodík v okolí jádra a nakonec v samotném jádru i hélium. Tak obrovský tok energie z jádra vede spolu se vzrůstající plochou povrchu ke zvýšení zářivého výkonu hvězdy. Červení obři se tak nacházejí napravo od hlavní posloupnosti a jejich typickými charakteristikami jsou nízká povrchová teplota a vysoký zářivý výkon.

Poslední skupina hvězd v HR diagramu je tvořena bílými trpaslíky. Bílí trpaslíci jsou hvězdy slunečního typu v posledním stádiu svého vývoje. Poté, co v jádru vyhořelo i hélium, došlo ke kolapsu těchto hvězd, protože už neměly hmotnost tak velkou, aby v nich mohlo dojít k zapálení dalších, těžších prvků. Během smrštění dosáhne jádro obrovské hustoty. Bílí trpaslíci jsou tak objekty velikosti Země, ale hmotnosti Slunce. Jsou to velmi žhavé objekty, ale protože jsou malé, jejich celkový zářivý výkon je nízký. Na HR diagramu se proto nacházejí vlevo pod hlavní posloupností.

## 2 Pracovní postup

V první části této laboratorní úlohy se podíváme, jak mohou výběrové efekty změnit vzhled HR diagramu. Vytvoříme HR diagram pro 22 nejjasnějších a 26 nejbližších hvězd a porovnáme je s klasickou podobou HR diagramu zakreslením nejdůležitějších větví HR diagramu.

V druhé části úlohy porovnáme HR diagramy dvou hvězdokup a odhadneme jejich stáří.

### Část A

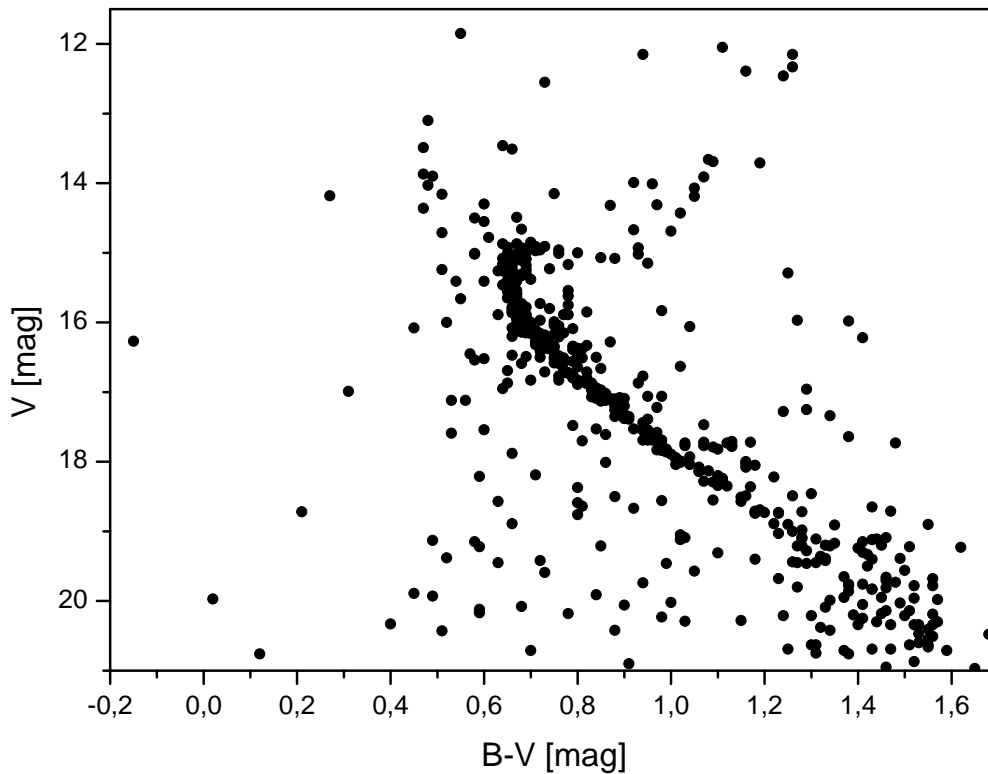
1. Do HR diagramu budete zaznamenávat na dvě desítky nejjasnějších a nejbližších hvězd. Na vodorovnou osu diagramu (obr. 3) vynesete posloupnost spektrálních typů (O-B-A-F-G-K-M). Pro každý spektrální typ volte stejně velký úsek. Nezapomeňte, že nejteplejší hvězdy jsou vlevo, nejchladnější vpravo. Na svislou osu vynesete absolutní hvězdnou velikost  $M$ . I tady pozor na orientaci osy. Jasnost hvězd má růst směrem nahoru. A co hvězdná velikost? Potřebný rozsah hodnot pro absolutní hvězdnou velikost  $M$  zjistíte v tabulkách 1 až 3.
2. V tabulce 1 je uvedeno 22 nejjasnějších hvězd noční oblohy. Dokážete říci, podle jakého kritéria zde jsou hvězdy seřazeny? Takový způsob řazení je běžný ve hvězdných katalogích. Uvedené hvězdy zobrazte v HR diagramu.
3. Do téhož HR diagramu vynesete i 26 k nám nejbližších hvězd (tabulka 2) a Slunce, pro něž si potřebné údaje zjistíte.
4. Už letmý pohled na HR diagram naznačuje, že se zde výrazně uplatňují výběrové efekty. Nejjasnější hvězdy „sbíráme“ z velké oblasti, proto je jich na našem diagramu podstatně více než by odpovídalo jejich skutečnému zastoupení mezi všemi hvězdami. Zatím jde jen o náš pocit, náš odhad. Zkusíme jej ale kvantifikovat. Porovnáme objem, jaký zaujímají nejbližší hvězdy z tabulky 2 a nejjasnější hvězdy z tabulky 1. Nejprve vypočítáme vzdálenosti pro všechny nejjasnější hvězdy a z nich pomocí střední hodnoty snadno určíme zaujímaný objem. Hvězdy v tabulce 2 mají paralaxy  $\pi > 0,27$ . Za typickou paralaxu považujte  $\pi = 0,3''$  a vypočtete pro tyto hvězdy objem zaujímaného prostoru. Obě hodnoty porovnejte a zjistíte kolikrát větší objem tedy zaujímají zhruba dvě desítky nejjasnějších hvězd ve srovnání s dvěma desítkami hvězd nejbližších?
5. Z předchozích informací víme, že HR diagram je ovlivňován různými výběrovými efekty. Ne vždy jsou v něm zobrazeny všechny nejdůležitější části. Proto doplňte vytvářený HR diagram o body z nejdůležitějších větví HR diagramu, které byly získány z poloh velkého počtu hvězd v HR diagramu. Jejich souřadnice nalezneme v tabulce 3.

### Část B

Pokud máme k dispozici fotometrická data o hvězdách z hvězdokup nebo galaxií, můžeme také zkonstruovat HR diagram i bez znalosti spektrálních tříd těchto hvězd. Vzhledem ke vzdálenostem těchto objektů lze jejich rozměry zanedbat. Jinak řečeno, objekty v nich budou od nás stejně daleko. Pak místo zářivého výkonu nebo absolutní hvězdné velikosti můžeme na osu  $y$  vynášet pozorovanou hvězdnou velikost a údaje o teplotě nebo spektrální třídě nám nahradí barevný index. Proto se také této variantě HR diagramu říká barevný diagram. Barevný diagram různých hvězdokup se bude lišit tím, že hlavní posloupnosti budou vůči sobě posunuté ve svislém směru, protože každá z těchto hvězdokup má jiný modul vzdálenosti ( $m - M$ ). Toho lze využít k určení vzdálenosti hvězdokupy. Pokud známe vzdálenost jisté hvězdokupy a v ní máme pro řadu hvězd zjištěné hodnoty pozorované i absolutní hvězdné velikosti, můžeme s její pomocí určit vzdálenost jiné většinou mnohem vzdálenější otevřené hvězdokupy.

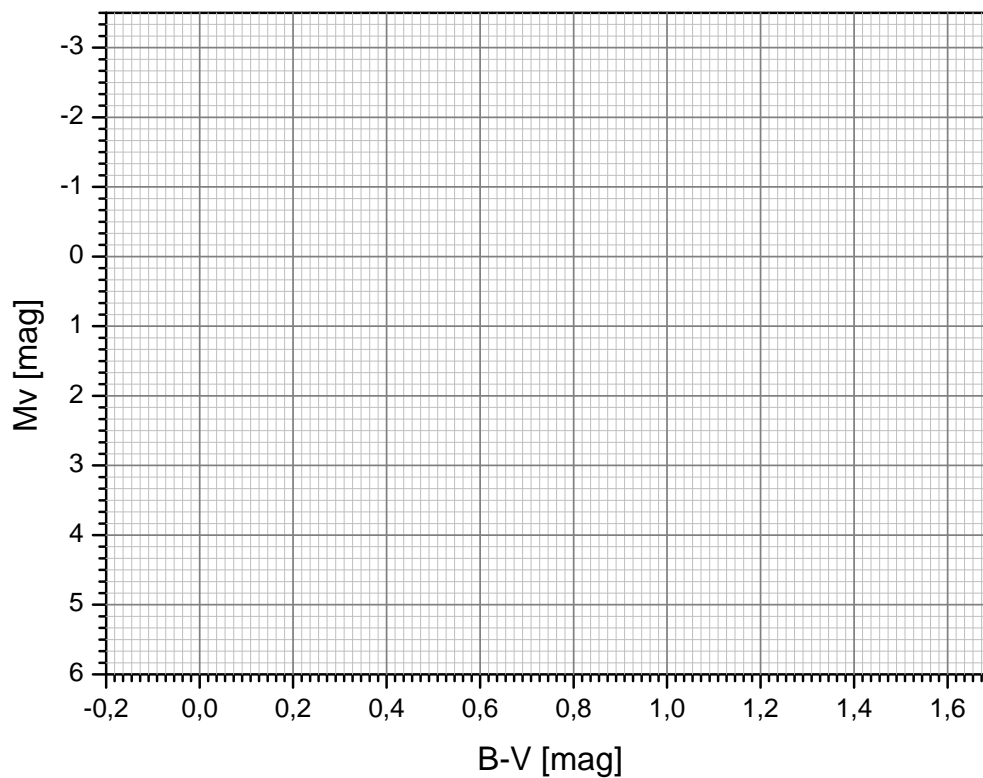
Blízkou a známou hvězdokupou budou v této praktické úloze Plejády se vzdáleností 150 pc. V tabulce 4 naleznete naměřené hvězdné velikosti ve filtrech  $B, V$  pro hvězdy z Plejád. Vypočtete barevný index ( $B-V$ ) a absolutní hvězdnou velikost  $M_V$  a doplňte tabulku. Do grafu na obrázku 2 vynesete údaje z tabulky. Získanou závislost porovnejte s grafem na obrázku 1. Pro porovnání si oba grafy vytiskněte ve stejném měřítku. Graf s hvězdami Plejád vytiskněte nejlépe na průsvitný papír, fólii nebo jej na na ně překreslete. V nouzi použijte obyčejný papír a sledujte proti světlu. Grafem Plejád posunujte ve směru osy  $y$  až hlavní posloupnosti obou grafů splynou, resp. jedna bude přecházet v druhou. Zjištěné posunutí je vlastně modulem vzdálenosti pro hvězdokupu NGC 188. Z něj již snadno určíte vzdálenost této hvězdokupy.

Z barevných diagramů je možné zjišťovat nejen vzdálenost ale také stáří hvězdokup. Nejjasnější hvězdy na hlavní posloupnosti, které mají také největší hmotnost, opouštějí hlavní posloupnost jako první. Zakřivení vrchního konce hlavní posloupnosti pro hvězdokupu nás tedy informuje kvalitativně o stáří celé skupiny hvězd. Čím níže je toto zakřivení na hlavní posloupnosti, tím je studovaná skupina hvězd starší. Přesnější určení se provádí pomocí modelů hvězd a jejich vývoje. S jejich využitím se konstruuje tzv. izochrony – místa, která v HR diagramu spojují hvězdy stejného stáří. Porovnáním modelových izochron s hlavní posloupností pak lze zjistit stáří hvězdokup<sup>1</sup> V našem případě postačí jen srovnání dvou získaných diagramů – pro Plejády a NGC 188. Určete, která z hvězdokup je starší?



Obr. 1: Barevný diagram otevřené hvězdokupy NGC 188 podle dat z Krusberg & Chaboyer(2006).

<sup>1</sup>Velmi pěkně je porovnání izochron a hlavních posloupností barevných diagramů otevřených hvězdokup zpracováno na portálu WEBDA <http://www.univie.ac.at/webda/>, například pro Plejády na [http://www.univie.ac.at/webda/cgi-bin/frame\\_menu\\_plot\\_iso\\_fixed.cgi?mel022](http://www.univie.ac.at/webda/cgi-bin/frame_menu_plot_iso_fixed.cgi?mel022).



Obr. 2: Barevný diagram Plejád.

## Použité zdroje a další materiály ke studiu

Brück, M. T., 1990, Exercises in Practical Astronomy using Photographs, Adam Hilger, Bristol & New York

Krusberg, Z. . C., & Chaboyer, B. 2006, Astronomical Journal 31, 1565

Pokorný, Z., Vademecum. Hvězdárna a planetárium M. Koperníka v Brně, 2006

Sarajedini, A., von Hippel, T., Kozhurina-Platais, V., & Demarque, P., 1999, Astronomical Journal 118, 2894

<http://www.julda.cz/2009/04/milimetrovy-papir-k-vytisknuti-vzor-ke-stazeni/>



Obr. 3: Graf.

Shrnutí úkolů:

1. Do grafu na obrázku 3 vyneste 22 nejjasnějších hvězd naší oblohy z tabulky 1 a 26 nám nejbližších hvězd z tabulky 2<sup>2</sup>. Věnujte velkou pozornost správné volbě velikosti jednotek a orientace os v grafu. Graf můžete samozřejmě vytvářet i v počítači. Nezapomeňte jej na konci práce vytisknout a přiložit k protokolu. Body z obou vynášených souborů dat odlište barevně nebo použitými symboly. Například pro označení polohy nejjasnějších hvězd zvolte malý prázdný kroužek, zatímco pro označení polohy hvězd nejbližších plný kotouček. Pokud hvězda patří mezi nejjasnější i nejbližší, vyplňte jen polovinu kotoučku.
2. Prohlédněte si ještě jednou tabulku 1 a napište, jak jsou řazeny v této tabulce. Pokud si nevíte rady s odpovědí, vyhledejte si jednotlivé hvězdy na mapě hvězdné oblohy.
3. Zjistěte spektrální typ Slunce a jeho absolutní hvězdnou velikost a vyznačte polohu Slunce v HR diagramu.

Spektrální typ Slunce: . . . . . , absolutní hvězdná velikost . . . . .

Údaje byly převzaty z . . . . .

4. Doplňte v tabulce 1 vzdálenosti uvedených hvězd. Výpočet bude jistě snadnou záležitostí, vše potřebné máte přímo v tabulce 1. Zapište, jaký vztah budete používat při výpočtu: . . . . .
5. Zjistěte, jaký objem zaujímají v prostoru nejbližší a nejjasnější hvězdy. Pro nejbližší hvězdy vyjděte ze střední vzdálenosti  $r_s$  určené z vypočtených hodnot vzdáleností hvězd  $r$ . Pro hvězdy nejbližší použijte střední hodnotu paralaxy hvězd z tabulky 2  $\pi = 0,3''$ .

Výsledné hodnoty:

střední vzdálenost nejjasnějších hvězd  $r_s = . . . . .$

nejjasnější hvězdy zaujímají objem . . . . .

nejbližší hvězdy zaujímají objem . . . . .

Porovnejte zjištěné objemy a výsledek diskutujte s ohledem na vzhled HR diagramu.

6. Doplňte HR diagram o body nejdůležitějších částí HR diagramu, které naleznete v tabulce 3. Po zakreslení spojte tyto body plynulou čarou a označte názvem příslušnou větev diagramu.
7. Spočítejte barevný index  $(B - V)$  pro absolutní hvězdnou velikost  $M_V$  pro hvězdy z Plejád a výsledky doplňte do tabulky 4. Pomocí údajů z tabulky 4 zkonstruujte barevný diagram pro Plejády. Využijte předlohu grafu v obrázku 2. Pokud se rozhodnete pro přípravu grafu na počítači, musíte si vyrobit také graf na obrázku 1 ve stejném měřítku. Měřítka obou musí být u grafů shodná! Data k vytvoření grafu naleznete v souboru NGC188.dat.

---

<sup>2</sup>Slunce tady neuvažujeme. Máme na mysli hvězdy noční oblohy.



8. Porovnejte barevné diagramy Plejád a otevřené hvězdokopy NGC 188. Oba grafy musí být ve stejném měřítku. "Vyplněný" graf z obrázku 2 nejlépe vytisknutý nebo překreslený na průsvitném papíru nebo fólii přiložte na graf na obrázku 1. Grafem Plejád posunujte ve směru osy  $y$  až se budou hlavní posloupnosti obou grafů překrývat, respektive plynule přecházet jedna v druhou. Odečtete vzájemný posun škál hvězdných velikostí na ose  $y$ , modul vzdálenosti pro hvězdokupu NGC 188 a z něj vypočtete vzdálenost této hvězdokupy. Diskutujte přesnost určení vzdálenosti touto metodou.

Výsledné hodnoty:

modul vzdálenosti  $(m - M) = (V - M_V) = \dots\dots\dots$

vzdálenost hvězdokupy NGC 188  $r = \dots\dots\dots$

9. Porovnáním barevných diagramů Plejád a NGC 188 určete, která z těchto otevřených hvězdokup je starší a svou odpověď zdůvodněte. Nalezněte v astronomické literatuře nebo na internetu běžně udávané stáří hvězdokup.

Tabulka 1: 22 nejjasnějších hvězd

Hvězda	$m$ [mag]	$M$ [mag]	Sp	$r$ [pc]	Hvězda	$m$ [mag]	$M$ [mag]	Sp	$r$ [pc]
$\alpha$ Eri	0,5	-2,2	B 5		$\alpha$ Cru	0,9	-3,5	B 2	
$\alpha$ Tau	0,9	-0,7	K 5		$\beta$ Cru	1,3	-4,7	B 0	
$\alpha$ Aur	0,1	-0,6	G 8		$\alpha$ Vir	1	-3,4	B 1	
$\beta$ Ori	0,1	-7	B 8		$\beta$ Cen	0,6	-5	B 1	
$\alpha$ Ori	0,8	-6	M 2		$\alpha$ Boo	-0,1	-0,2	K 2	
$\alpha$ Car	-0,7	-4,7	F 0		$\alpha$ Cen	-0,1	4,3	G 2	
$\alpha$ CMa	-1,5	1,4	A 1		$\alpha$ Sco	1	-4,7	M 1	
$\epsilon$ CMa	1,5	-5	B 2		$\alpha$ Lyr	0	0,5	A 0	
$\alpha$ CMi	0,4	2,7	F 5		$\alpha$ Aql	0,8	2,3	A 7	
$\beta$ Gem	1,2	1	K 0		$\alpha$ Cyg	1,3	-7,3	A 2	
$\alpha$ Leo	1,4	-0,6	B 7		$\alpha$ PsA	1,2	1,9	A 3	

Tabulka 2: 26 nejbližších hvězd

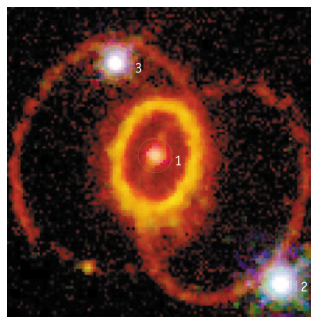
Hvězda	$M$ [mag]	Sp	Hvězda	$M$ [mag]	Sp
HD 1326 A	10.3	M 1	Proxima Cen C	15.5	M 5
HD 1326 B	13.3	M 6	$\alpha$ Cen A	4.3	G 2
L 726-8	15.3	M 5	$\alpha$ Cen B	5.7	K 5
UV Cet	15.8	M 6	Barnardova	13.3	M 5
$\tau$ Cet	5.7	G 8	HD 173739 A	11.2	M 4
$\epsilon$ Eri	6.1	K 2	HD 173740 B	11.9	M 5
$\alpha$ CMa A	1.4	A 1	Ross 154	13.3	M 4
$\alpha$ CMa B	11.6	A	61 Cyg A	7.6	K 5
$\alpha$ CMi A	2.6	F 5	61 Cyg B	8.4	K 7
$\alpha$ CMi B	13.0	F	$\epsilon$ Ind	7.0	K 5
Wolf 359	16.7	M 8	L 789-6	14.6	M 7
HD 95735	10.5	M 2	HD 217987	9.6	M 2
Ross 128	13.5	M 5	Ross 248	14.8	M 6

Tabulka 3: Větve HR diagramu.

Hlavní posloupnost		Obři		Veleobři	
Sp	$M$ [mag]	Sp	$M$ [mag]	Sp	$M$ [mag]
O 5	-5,8	G 0	1,1	B 0	-6,4
B 0	-4,1	G 5	0,7	A 0	-6,2
B 5	-1,1	K 0	0,5	F 0	-6,0
A 0	0,7	K 5	-0,2	G 0	-6,0
A 5	2,0	M 0	-0,4	G 5	-6,0
F 0	2,6	M 5	-0,8	K 0	-5,0
F 5	3,4			K 5	-5,0
G 0	4,4			M 0	-5,0
G 5	5,1				
K 0	5,9				
K 5	7,3				
M 0	9,0				
M 5	11,8				
M 8	16,0				

Tabulka 4: Fotometrie hvězd v Plejádách. Převzato z Brück (1990).

$B$ [mag]	$V$ [mag]	$(B - V)$ [mag]	$M_V$ [mag]
2,78	2,87		
3,56	3,64		
3,60	3,71		
3,81	3,88		
4,12	4,18		
4,20	4,31		
5,01	5,09		
5,38	5,45		
5,72	5,76		
6,31	6,29		
6,84	6,82		
7,02	6,99		
7,45	7,35		
7,87	7,66		
8,05	7,85		
8,34	8,12		
8,63	8,27		
8,67	8,37		
9,15	8,69		
9,80	9,25		
9,97	9,45		
10,42	9,88		
10,75	10,13		
11,12	10,48		
11,63	10,83		



# ZÁKLADY ASTRONOMIE 2

## Praktikum 3

### MĚŘENÍ VZDÁLENOSTI SUPERNOVY SN 1987A

#### 1 Úvod

Supernova představuje výbušný konec životní dráhy určitých hvězd. Obecně rozlišujeme dva typy supernov – jedny jsou výsledkem vývoje ve dvojhvězdě a druhé znamenají konec života velmi hmotných osamocenených hvězd. V této laboratorní úloze se budeme věnovat druhému případu. Zatímco komety dostávaly i ve dvacátém století jméno podle svého objevitele, u supernov už to neplatí. A tak nejvýznamnější supernova minulého století, objevená jako první v roce 1987, má prosté označení SN 1987A. Objevili ji ve Velkém Magellanově mračnu (LMC) Ian Shelton a Oscar Duhalde na observatoři Las Campanas v Chile 24. února a nezávisle na nich také amatérský pozorovatel Albert Jones na Novém Zélandu. Jednalo se o první pouhým okem viditelnou supernovu po čtyřech stoletích.



Obr. 1: Velké Magellanovo mračno je malá nepravidelná galaxie v blízkosti naší Galaxie. Je vyplněna hvězdami, prachem a plynem a probíhá v ní zrod nových hvězd. Snímek byl pořízen Schmidtovým dalekohledem na Evropské jižní observatoři (ESO) na La Silla.

Supernovy typu II jsou výsledkem poměrně rychlého vývoje masivních hvězd (o hmotnosti alespoň 5 hmot slunečních). Při této explozi se uchová z původní hvězdy jen malé jádro,

z něhož posléze vznikne neutronová hvězda. Většina materiálu hvězdy je odhozena do okolního prostoru rychlostí až  $10^7$  m/s (3% rychlosti světla). Expandující obálka zůstává pozorovatelná po tisíce let. Nejprve vytvoří mlhovinu (například Krabí mlhovina), která se dále rozplývá do okolního prostoru. Řídké pozůstatky supernovy jsou pak pozorovatelné například jako tzv. Řasy v souhvězdí Labutě.

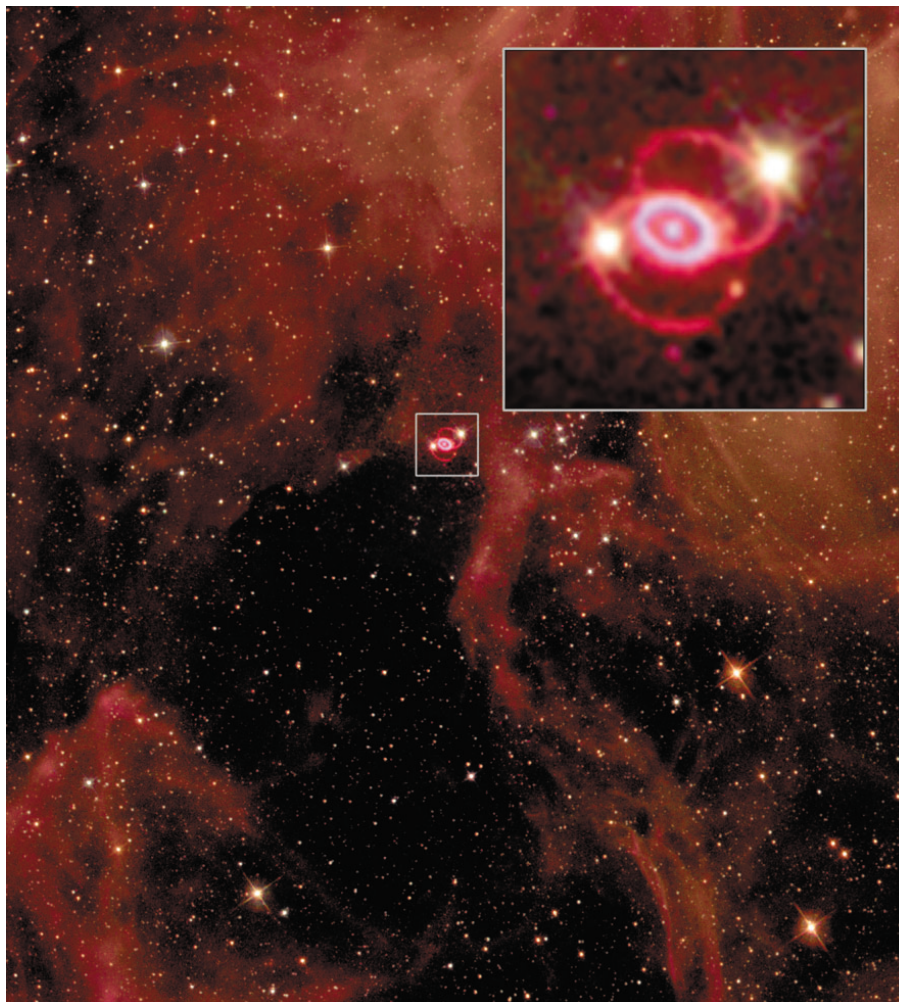
Všechny supernovy jsou velmi jasné. Patří mezi vůbec nejzářivější objekty ve vesmíru. Jejich zářivý výkon odpovídá zářivému výkonu několika miliard Sluncí a to znamená, že jsou vidět na velkou vzdálenost.



Obr. 2: Mlhovina Tarantule v LMC. Vlevo po výbuchu supernovy SN 1987A 23. února 1987, vpravo před výbuchem.

Určování vzdáleností ve vesmíru je jednou z nejdůležitějších úloh v astronomii. Supernova SN 1987A nevybuchla v naší Galaxii, ale našťastí hned v sousední galaxii Velké Magellanovo mračno. Pokud se nám podaří určit vzdálenost supernovy, určíme tím i vzdálenost LMC. Vzhledem k rozměrům LMC můžeme považovat vzdálenost k nám pro všechny hvězdy v této galaxii za stejnou. Existují samozřejmě i další metody určování vzdáleností, lze využít například pulzující proměnné hvězdy, cefeidy. Protože takové objekty pozorujeme i v dalších vzdálenějších galaxiích, můžeme pomocí našeho určení vzdálenosti pomocí supernovy korigovat jiné metody určování vzdáleností v tzv. žebříčku vzdáleností a použít je pro jiné, vzdálenější galaxie než LMC.

Hubbleův kosmický dalekohled byl vynesena na oběžnou dráhu až v dubnu 1990 a tak první snímek SN 1987A s vysokým rozlišením byl pořízen až 1278 dní po zjasnění. Na snímku (viz obr. 3) jsou patrné kruhové útvary kolem supernovy – vnitřní prsteneček a dva vnější prstence. V této praktické úloze využijeme jen vnitřní prsteneček. Nachází se příliš daleko od supernovy, aby se mohlo jednat o materiál vyvržený supernovou při explozi. Musel být utvořen dříve, pravděpodobně hvězdným větrem v posledních několika tisíciletích před výbuchem. Zatím však není přesně znám mechanismus, jak byl materiál z hvězdy zformován do takového tenkého, dobře definovaného kruhu. Je však zřejmé, že jakmile k materiálu disku doputovalo infračervené záření ze supernovy, začal silně zářit. Předpokládáme, že prsteneček je perfektně kruhový, ale je natočen vůči zornému paprsku od Země, takže jej vidíme jako elipsu. Kdyby byla rovina prstence vůči směru k Zemi kolmá, viděli bychom jej jako kruhový a všechny části prstence by se zjasnily najednou. Záblesk ze supernovy doputoval k celému prstenci současně. Natočení prstence ale způsobilo, že k Zemi nejbližší část prstence se zjasnila nejdříve, zatímco nejvzdálenější nejpozději (viz obr. 4). Poté, co prstencem záblesk prošel, plyn v prstenci dál zářil a jen zvolna „blednul“. Celkové světlo vyzářené prstencem dosáhlo maxima přibližně v době, kdy byl osvětlen celý obvod prstence. A právě toho využijeme při řešení naší úlohy.



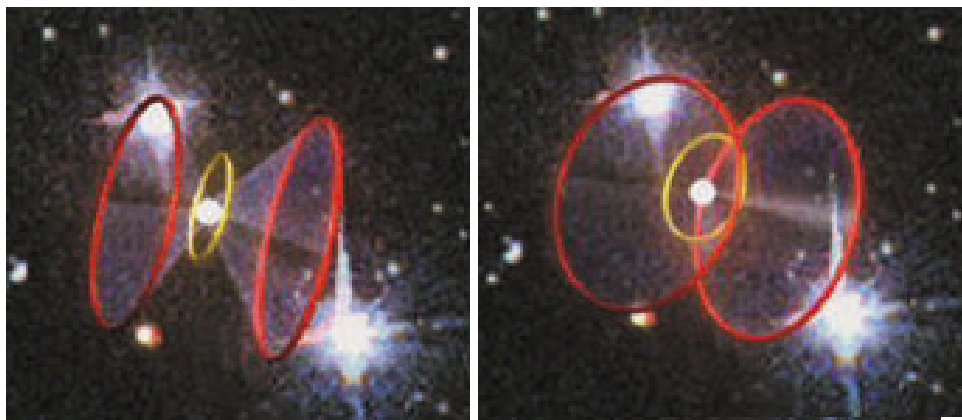
Obr. 3: Supernova 1987A uprostřed snímku (výřez vpravo nahoře) zanechává po sobě zbytky v podobě tří prstenců svítícího plynu. V tomto cvičení poslouží malý centrální prsteneček na změření vzdálenosti k supernově a tedy i LMC. Kolem supernovy je na snímku vidět nejen mnoho mladých (12 milionů let starých) modrých hvězd, ale také prach a plyn temně červené barvy. To ukazuje, že oblast kolem supernovy poskytuje stále vhodné podmínky pro vznik nových hvězd. Snímek byl pořízen pomocí HST.

## Použité zdroje a další materiály ke studiu

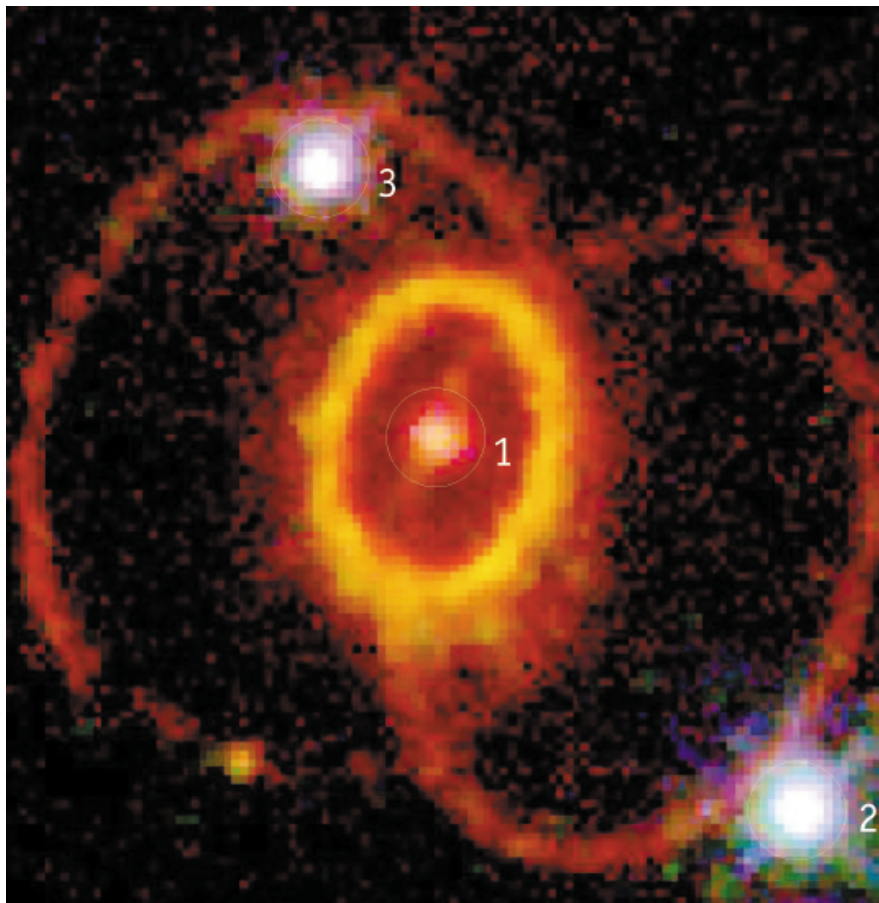
- Fransson, C., Cassatella, A., Gilmozzi et al. 1989, Ap.J., 336, 429-441: Narrow ultraviolet emission lines from SN 1987A Evidence for CNO processing in the progenitor.
- Gould, A., 1994, Ap.J., 425, 51-56: The ring around supernova 1987A revisited. 1: Ellipticity of the ring.
- Panagia, N., Gilmozzi, R., Macchetto et al., 1991, Ap.J., 380, L23-L26: Properties of the SN 1987A circumstellar ring and the distance to the Large Magellanic Cloud
- Jakobsen, P., Albrecht, R., Barbieri, C. et al. 1991, ApJ, 369, L63-L66: First results from the Faint Object Camera – SN 1987A. Viz také <http://www.astroex.org/>



Obr. 4: Zjasnění prstence. Animace ukazuje, jak světlo ze supernovy SN 1987A doputuje k prstenci materiálu a ten následně začne zářit. Prstenec se rozzářil nejvíce 400 dní po vzplanutí. Pro pozorovatele na Zemi se ale v důsledku konečné rychlosti světla nejdříve zjasňují ty části prstence, které jsou k nám nejbliže. Měřením tohoto časového zpoždění je možné určit vzdálenost SN 1987A. Obrázky jsou převzaty z STScI/NASA.



Obr. 5: Kdybychom se dívali na prstence SN 1987A z vhodného úhlu, viděli bychom tři kruhové prstence se supernovou SN 1987A ve středu nejmenšího z nich a dva větší prstence v rovnoběžných rovinách. Na snímku HST se nám ale promítají všechny tři do jediné roviny. Převzato z STScI/NASA.



Obr. 6: Hvězdy kolem supernovy SN 1987A byly zachyceny na snímku pořízeném v únoru 1994 s Wide Field and Planetary Camera 2 (WFPC2) na palubě HST. Byl použitý filtr  $H\alpha$ , který propouští červené světlo vycházející ze zářícího vodíkového plynu.

1. Nejprve spočítáme úhlový průměr vnitřního prstence, tedy takový, jak jej pozorujeme ze Země. Využijeme k tomu hvězdy 1, 2, 3 v obrázku 6. V tabulce jsou udány jejich vzdálenosti v úhlových vteřinách. Změřte vzdálenost hvězd na snímku. Zapište do tabulky a spočítejte odpovídající měřítko snímku.

Tabulka 1: Měřítko snímku na obrázku 6.

	Vzdálenost [mm]	Vzdálenost ["]	Měřítko ["/mm]
Hvězdy 2 ke hvězdě 1		3.0	
Hvězdy 3 ke hvězdě 1		1.4	
Hvězdy 3 ke hvězdě 2		4.3	

2. Úhel mezi rovinou prstence a rovinou kolmou na zorný paprsek ze Země se nazývá inklinace nebo inklinanční úhel  $i$ . Pokud by inklinace byla nulová nebo rovna  $180^\circ$ , pak bychom viděli prstenec kruhový. Kdyby byla rovna  $90^\circ$ , pozorovali bychom místo prstence jen úsečku.



Pro všechny ostatní hodnoty z intervalu  $(0^\circ, 180^\circ)$  má pro nás prstenec tvar elipsy. Změření velké a malé osy vnitřního prstence nám pomůže určit nejen průměr prstence, ale také velikost inklinace v případě prstence u SN 1987A.

Na obrázku 6 změřte velikost malé a velké osy vnitřního jasného prstence. Měření vztáhněte ke středu jasného pásu vnitřního prstence, vypočítejte průměry a příslušné chyby. Vše zapište do tabulky 2.

Tabulka 2: Velikost prstence.

Měření	Velká osa [mm]	Malá osa [mm]
1		
2		
3		
4		
5		
průměr		
chyba		

Určete střední průměr prstence v radiánech včetně chyby určení. Vnitřní prstenec má průměr  $\dots \pm \dots$  rad.

S pomocí obrázku 7 spočítejte inklinaci včetně její chyby. Inklinace prstence SN 1987A je  $\dots \pm \dots$ .

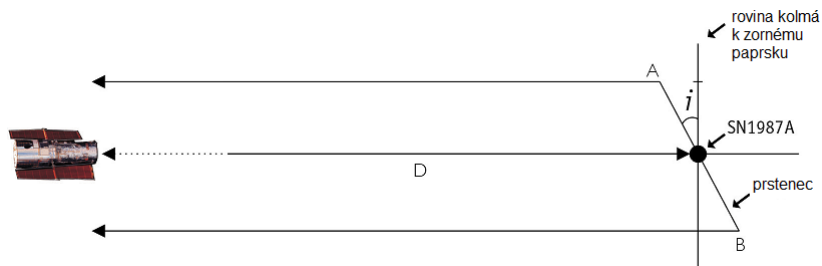


Obr. 7: Určení inklinančního úhlu. Představte si, že se na soustavu díváme ze strany, takže vidíme prstenec pod inklinančním úhlem  $i$  vzhledem k rovině kolmé na zorný paprsek. Inklinanční úhel můžeme určit z jednoduchého vztahu mezi velkou a malou osou pozorované elipsy. Vyznačeny jsou nejbližší část prstence A a nejdálčenější část B.

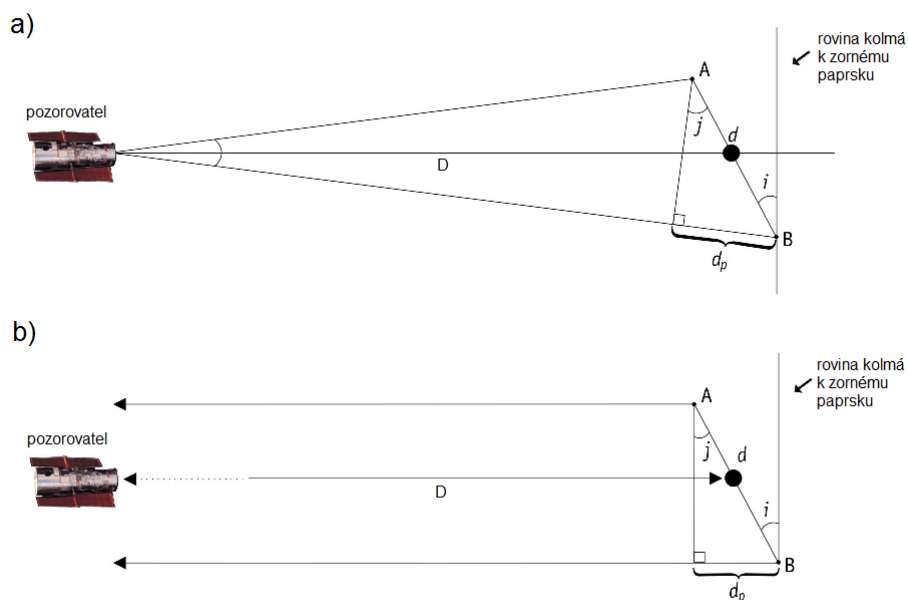
3. Abychom určili vzdálenost supernovy SN 1987A potřebujeme znát skutečný průměr  $d$  prstence v rovině kolmé na zorný paprsek. Výbuch supernovy vyvolá silný záblesk, který se do okolí šíří rychlostí světla. V určitém čase  $t$  sekund po výbuchu supernovy, záblesk osvětlí prstenec. Když předpokládáme, že je prstenec přesně kruhový a jeho střed souhlasí se středem supernovy, pak by měly být všechny části prstence při pohledu ze supernovy osvětleny současně. Jenže, při pohledu ze Země, při inklinaci  $i \neq 0^\circ$ , resp  $180^\circ$  se nejdříve zjasní k Zemi nejbližší část prstence, protože trajektorie světla z této části prstence je k Zemi nejkratší. Ale teprve až je vidět ze Země celý prstenec osvětlený, dosáhne světelná křivka prstence svého maxima. Rozdíl mezi nejbližšími a nejdálčenějšími body prstence může být určen z prodlevy mezi těmito jevy na světelné křivce. Určete z obrázku 10 dobu mezi prvním záznamem osvětlení prstence a okamžikem maxima světelné křivky, kdy záblesk ze supernovy dospěl k nejdálčenějším částem

prstence.

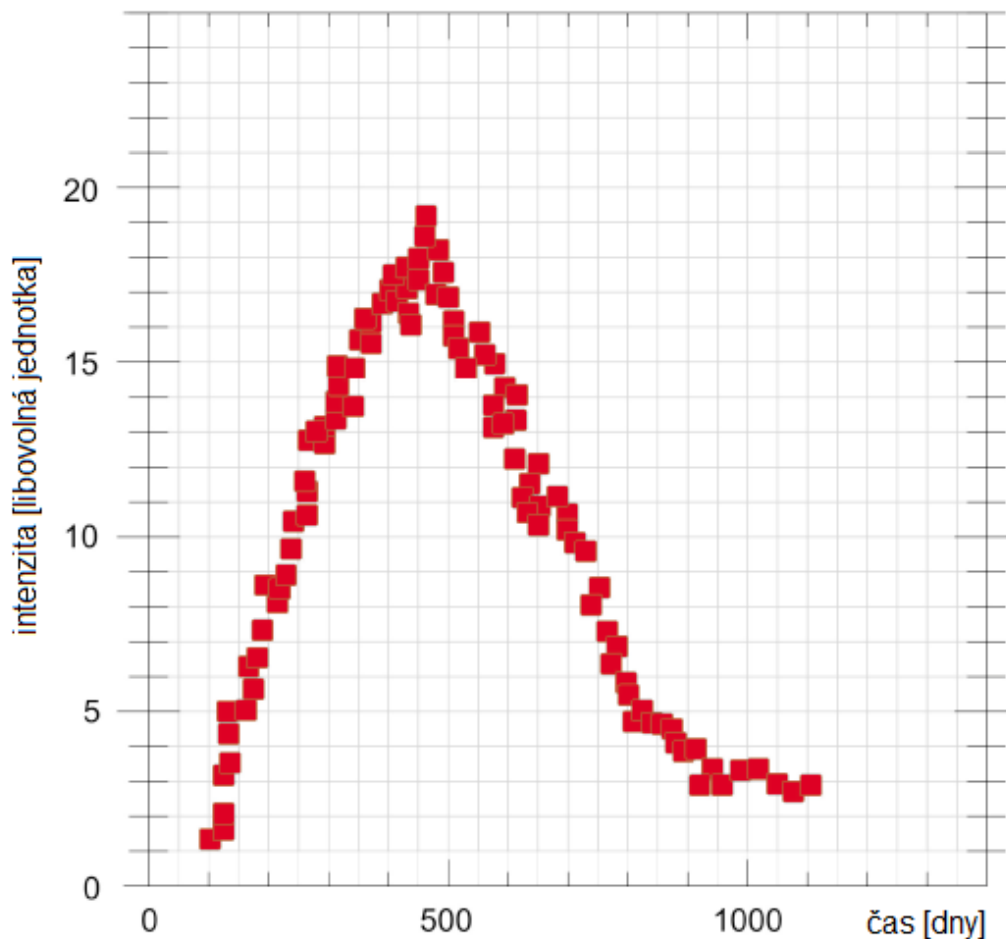
Zjištěná doba  $t = \dots$  a jí odpovídající vzdálenost  $d_p = \dots$ . Kdybychom měli inklinaci  $90^\circ$ , bylo by určení skutečného průměru prstence vzhledem ke zjištěné době  $t$  snadné. Proč? Vysvětlete.



Obr. 8: Záblesk ze supernovy SN 1987A zasáhne celý prstence ve stejnou dobu. Také nejbližší část A a nejdálší B byly ozářeny ve stejnou dobu a simultánně vyslaly záření dále k Zemi. Světlo vyzářené částí B má ale kvůli sklonu prstence delší trajektorii k Zemi.



Obr. 9: S pomocí obrázku a dříve zjištěných hodnot je možné určit skutečný rozměr prstence  $d$ . Obrázek a) ukazuje skutečnou situaci, ale vzhledem k velké vzdálenosti LMC od Země lze provést zjednodušující předpoklad, že paprsky mířící k Zemi k části prstence A i B jsou rovnoběžné, jak je zobrazeno na spodním obrázku b).



Obr. 10: Světelná křivka prstence ukazuje měření celkové jasnosti prstence měsíce po explozi supernovy. Jasnost začala růst, když světlo ze supernovy dosáhlo k prstenci. Maximum křivky odpovídá situaci, kdy je při pohledu Země „rozsvícený“ celý prstenec. Měření pocházejí z družice International Ultraviolet Explorer (IUE).

4. Bohužel v našem případě je inklinace  $i \neq 90^\circ$ , takže situace není tak jednoduchá. Musíme provést jisté zjednodušení, jak je naznačeno na obrázcích 9. Rozměry prstence jsou vzhledem k uvažované vzdálenosti malé, a proto můžeme zanedbat úhel mezi zornými paprsky k bodu A a bodu B a považovat je za rovnoběžné. Úhly  $i$  a  $j$  jsou pak shodné a výpočet hodnoty skutečného průměru prstence je už triviální záležitostí.

Skutečný průměr prstence  $d = \dots\dots\dots$

5. Diskutujte, jak se nepřesnost v určení časového zpoždění projeví na přesnosti určení skutečného průměru prstence.

6. Nyní už známe, jak pozorovaný úhlový průměr prstence, tak jeho skutečný rozměr, takže

určení vzdálenosti je opravdu snadnou úlohou.

Vzdálenost supernovy SN 1987A . . . . . km = . . . . . ly = . . . . . pc.

7. V předchozím úkolu jste diskutovali vliv přesnosti určení času  $t$  na hodnotu skutečného průměru prstence. Doplňte nyní diskusi úvahou, v jakém rozmezí jste stanovili vzdálenost supernovy (v závislosti na chybách veličin potřebných pro její určení).

Na serveru [http://adsabs.harvard.edu/abstract\\_service.html](http://adsabs.harvard.edu/abstract_service.html) jsou k dispozici astronomické články publikované v odborných časopisech. Pokuste se nalézt originální práci, v níž Panagia a kol. (1991) publikovali mimo jiné vzdálenost supernovy SN 1987A. Srovnajte jejich výsledek s vaším a diskutujte možné příčiny případných odchylek. V žádném případě vámi určené hodnoty neupravujte! Pro uklidnění, pokud se vaše výsledky neliší od publikovaných více jak o 20 % pracovali jste dobře.



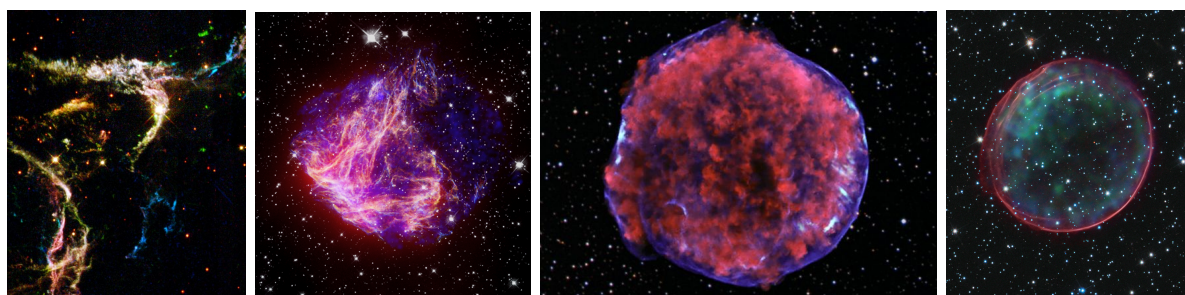
# ZÁKLADY ASTRONOMIE 2

## Praktikum 4

### PULSARY A KRABÍ MLHOVINA

#### 1 Úvod

Vývoj osamocených velmi hmotných hvězd přesahujících na počátku života zhruba 11 hmotností Slunce končí výbuchem supernovy typu II. Z původního obra se zachová pouze maličký zbytek v podobě velmi husté malé neutronové hvězdy a doslova cáry hvězdného obalu, které letí prostorem od místa exploze. Malé kompaktní neutronové hvězdy v centru takto nově vznikající mlhoviny se často projevují krátkými většinou rádiovými záblesky s periodou 0,001 s až 4 s. Pulsary byly objeveny v roce 1967 na radioastronomické observatoři univerzity v Cambridge (Velká Británie). Perioda pulsarů se udržuje konstantní s přesností, kterou dosahují naše nejlepší atomové hodiny. Princip vzniku pulsů je vcelku jednoduchý, často se označuje jako majákový efekt. Magnetické póly, respektive osa magnetického pole neutronové hvězdy obecně nesouhlasí s rotační osou. Ale právě v okolí magnetických pólů jsou díky velmi silnému magnetickému poli urychlovány nabitě částice do vysokých energií – vzniká zde kužel záření namířený do prostoru. Zasáhne-li nás během otáčení pulsaru svazek tohoto záření, zaznamenáme impuls. Jestliže ale kužel Zemi mine, dozvíme se o místě smrti hvězdy spíše díky mlhovině, která vznikla z materiálu hvězdy vyvrženého do okolního prostoru. Pozůstatky po supernově označované SNR (supernova remnants) mohou nabývat roztodivných tvarů. Na obrázku 1 jsou jen nejvýraznější příklady. V praktické úloze, respektive v její druhé části, se budeme věnovat zřejmě nejznámějšímu pozůstatku po výbuchu supernovy – Krabí mlhovině. V první části úlohy si ale posvítime na tři pulsary.



Obr. 1: Pozůstatky po čtyřech supernovách. Zleva: Detaily pozůstatku po supernově Cas A. N49, nejjasnější pozůstatek po supernově v optickém oboru ve Velkém Magellanově mračnu. Složený obrázek pozůstatku Tychonovy supernovy SN 1572. Složený obrázek pozůstatku supernovy SNR 0509-67.5. Převzato z wikipedie, galerie HST, National Geographic.

## 2.1 Pulsary

V současné době je známo přibližně 1800 pulsarů. Většinou jsou označovány zkratkou PSR a souřadnicemi (rektascenzí a deklinací) ve tvaru například 0247+12, respektive B0247+12. Nově objevené pulsary už mají souřadnice v názvu vztažené k ekvinokciu J2000.0 a označení je ve tvaru PSR J0247+1218. V první části této praktické úlohy se budeme věnovat třem pulsarům, pro něž určíme jak periodu pulsací, tedy dobu rotace, tak i jejich vzdálenost. Použijeme záznamy ukazující záření tří pulsarů na několika frekvencích na obrázku 4.

1. Z modelu rotující neutronové hvězdy vyplývá, že perioda pulsaru nezávisí na frekvenci, na níž registrujeme aktivitu pulsarů. Proto periodu určíme ze záznamů na všech frekvencích a výsledek zprůměrujeme. Nejprve je ale třeba na obr. 4 určit vzdálenost mezi impulsy a převést je z délkové do časové škály pomocí měřítka, které je dole i nahoře u každého záznamu.

2. Na obr. 4 vidíme, že impulsy se sice opakují se stejnou periodou na různých frekvencích, ale přicházejí k nám se zpožděním, které na frekvenci závisí. Pro nižší frekvence je zpoždění větší. Příčinou zpoždění je skutečnost, že rádiové vlny se v prostředí s nabitými částicemi pohybují pomaleji než světlo ve vakuu. Rozdíl rychlostí závisí na koncentraci volných elektronů i na frekvenci<sup>1</sup>. Zpoždění  $\Delta t$  mezi dvěma frekvencemi  $\nu_1, \nu_2$  je dáno vztahem

$$\Delta t = 4,15 \cdot 10^9 nr \left( \frac{1}{\nu_1^2} - \frac{1}{\nu_2^2} \right), \quad (1)$$

kde  $n$  je střední koncentrace elektronů podél trajektorie paprsku v jednom metru krychlovém a  $r$  vzdálenost pulsaru v parsecích. Součin  $nr$  se označuje jako *disperzní míra*. Velikost zpoždění  $\Delta t$  můžeme určit proměřením záznamů na obrázku 4. Naměřená zpoždění  $\Delta t$  v milimetrech je zapotřebí převést na sekundy a pomocí vztahu 1 pak můžeme zjistit disperzní míru  $nr$  pro jednotlivé pulsary.

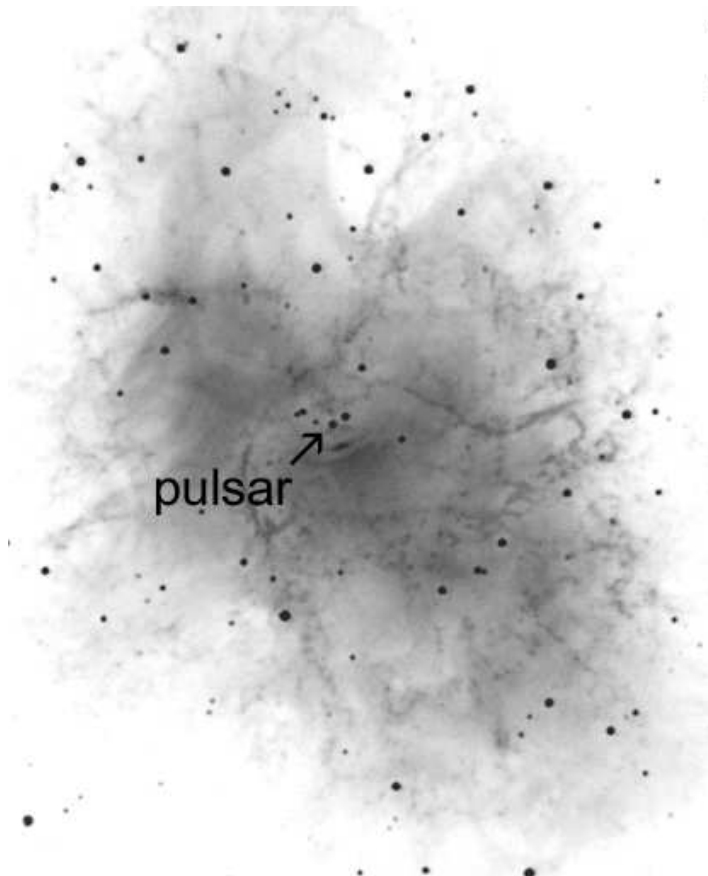
3. Známe-li disperzní míru  $nr$ , můžeme za předpokladu, že průměrná koncentrace elektronů v mezihvězdném prostředí je  $3 \cdot 10^{-8} \text{ m}^{-3}$  určit vzdálenost  $r$  pulsaru. Úlohu lze samozřejmě obrátit. Jestliže určíme vzdálenost  $r$  jinou metodou, můžeme naopak z disperzní míry zjistit elektronovou hustotu v mezihvězdném prostoru. Vypočítejte vzdálenosti všech tří pulsarů za výše uvedeného předpokladu a uvažte, zda jsou získané výsledky věrohodné.

## 2.2 Krabí mlhovina

Jedním z nejvíce fascinujících objektů zimního nočního nebe je Krabí mlhovina poblíž býčího rohu v souhvězdí Býka. Mlhovinu objevil francouzský astronom Charles Messier v roce 1758. Podle jeho katalogu nese také označení M1. Krabí mlhovina je ve skutečnosti pozůstatkem jasné supernovy z roku 1054. Čínští astronomové tehdy zaznamenali, že byla 23 dní viditelná ve dne a celé dva roky na noční obloze. V roce 1968 zjistili radioastronomové Staelin a Reifenstein, že uprostřed mlhoviny je neutronová hvězda, která se otáčí kolem své osy 30x za sekundu. Jde také o pulsar, který je pozorovatelný i v optické části spektra. Ale zpět k samotné mlhovině. Dnes má průměr kolem 10 světelných let a rozpíná se rychlostí přibližně 1 000 km/s. V této části praktické úlohy si zkusíme ověřit stáří mlhoviny.

Využijeme dvě fotografie Krabí mlhoviny pořízené v letech 1973 a 2000, na nichž jsou patrné rozdíly a lze z nich zjistit rychlost expanze. Poloha pulzaru je naznačena na následujícím obrázku:

<sup>1</sup>Disperze signálů z pulsaru nám umožňuje snadno odlišit impulsy pulsaru od pozemního rušení, které samozřejmě žádné zpoždění nevykazuje.



Obr. 2: Snímek Krabí mlhoviny s pulsarem.

1. Aby bylo možné odhadnout, jak dlouho se Krabí mlhovina rozpíná, je třeba nejdříve získat měřítko pro každou fotografii na obrázcích 5, 6. Získáme ho změřením vzdálenosti vyznačených hvězd, přičemž víme, že úhlová vzdálenost mezi těmito hvězdami je  $385''$ .

2. Zidentifikujte pulsar na snímcích 5, 6 dle obrázku 3. Najděte 10 relativně dobře definovaných zahuštěných míst, zhustků nebo uzlíků, chcete-li, ve filamentech v okolí pulsaru, zejména na periférii Krabí mlhoviny na obou snímcích. Dbejte na to, aby vybrané body byly rozloženy co nejvíce rovnoměrně a alespoň 4 zhustky byly poblíž konců malé osy mlhoviny. Malou osou rozumíme nejkratší rozměr napříč mlhovinou. Vybraná místa si jasně, zřetelně označte na obou fotografiích, aby nedošlo k jejich záměně s jinými zhustky. Dávejte pozor, abyste nevybírali slabé hvězdy místo částí mlhoviny. Hvězdy jsou na uvedených snímcích kruhové a tmavší než neostré a slabší zhustky.

3. Nyní změřte vzdálenost každého zvoleného bodu k pulsaru na obou snímcích a s využitím měřítka určeného v bodě 1 určete úhlovou vzdálenost jednotlivých zhustků na obou snímcích, respektive jejich rozdíl  $\Delta q$  pro každý zhustek.

4. Protože známe časový interval mezi oběma fotografiemi  $\Delta T$  (v našem případě 27 let), lze zjistit pro vybrané body průměrnou úhlovou rychlost  $w$  vyvrhovaného materiálu vzhledem k centrálnímu pulsaru podle jednoduchého vztahu

$$w = \Delta q / \Delta T, \quad (2)$$

5. Nakonec můžeme užitím jednoduchého vztahu

$$T = q/w \quad (3)$$

vypočítat i celkový čas  $T$ , který uplynul od exploze supernovy a vzniku Krabí mlhoviny. Celý postup určení stáří Krabí mlhoviny je vcelku jednoduchý, nicméně jsme zatajili jeden zjednodušující předpoklad, jehož uplatnění sice úlohu zjednodušilo, ale také způsobilo zkreslení výsledku.

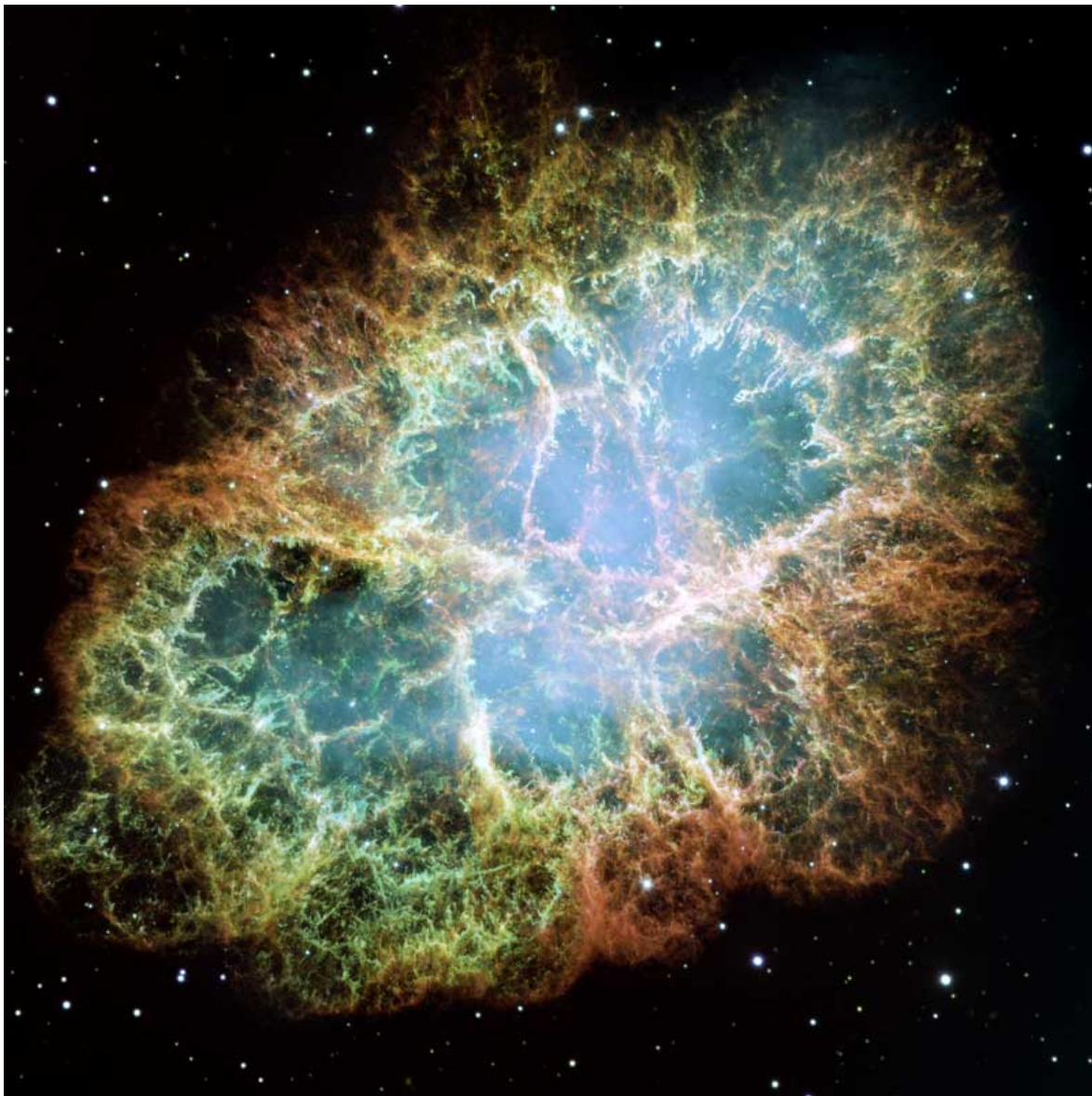
## Použité zdroje a další materiály ke studiu

K. J. Gordon: Laboratory Exercises in Astronomy – Pulsars, Sky and Telescope 53, 1977, č. 3, 178-180

Pokorný, Z., Vademecum. Hvězdárna a planetárium M. Koperníka v Brně, 2006

Staelin, D. H., & Reifenstein, E. C., III 1968, Science, 162, 1481

[www.astro.washington.edu](http://www.astro.washington.edu)



Obr. 3: Snímek Krabí mlhoviny pořízený HST v roce 2005.



## Shrnutí úkolů:

### Pulsary

- Na obr. 4 oměřte pětkrát dolní i horní měřítka u každého ze tří záznamů pulsaru. Měřte s přesností na desetiny milimetru. Měření запиšte do tabulky 1. Pokud nebude obrázek 4 nějak výrazně deformován, předpokládejte, že dolní i horní měřítka u každého obrázku jsou stejná. Spočítejte pro každý pulsar velikost měřítka, to znamená kolik milimetrů odpovídá jedné sekundě. Výsledky opět запиšte do tabulky.

Tabulka 1: Měřítka obrázku 4.

Pulsar	0809+74		0950+08		0329+54	
Měření	škála [mm]		škála [mm]		škála [mm]	
	dolní	horní	dolní	horní	dolní	horní
1						
2						
3						
4						
5						
Průměr [mm]						
Měřítka*						

\*) Měřítka vyjadřuje, kolik milimetrů odpovídá jedné sekundě.

- Na obr. 4 změřte s přesností na desetiny milimetru vzdálenosti mezi impulsy. Pokud možno neměřte sousední impulsy, ale impulsy od sebe vzdálenější (a měřenou vzdálenost dělte počtem period mezi impulsy). U pulsaru PSR 0809+74 odlišujte pravé impulsy (označené na obr. 4 písmenem P) od pozemního rušení (I – Interference). Pomocí měřítka zjištěného v bodě 1 převed'te naměřené vzdálenosti z délkové do časové škály. Výsledky měření a převodu zapisujte do tabulky 2.

Tabulka 2: Vzdálenost impulsů, periody pulsarů.

Pulsar	Perioda pro frekvenci								Průměrná perioda ze všech frekvencí
	234 MHz		256 MHz		405 MHz		1420 MHz		
	[mm]	[s]	[mm]	[s]	[mm]	[s]	[mm]	[s]	[s]
0809+74							–	–	
0950+08							–	–	
0329+54									

- Změřte na obrázku 4 zpoždění pulsů pro rozdílné frekvence. Naměřené hodnoty převed'te podle zjištěných měřítek na časy  $\Delta t$  v sekundách a pomocí vztahu 1 spočítejte střední disperzní míru  $nr$  pro jednotlivé pulsary. Všechny výsledky zapisujte do tabulky 3.

Disperzní míra by měla být pro daný pulsar pro všechny kombinace frekvencí stejná. Ve skutečnosti se bude mírně lišit v důsledku chyb měření. V každém případě je ale nutné dávat pozor na to, abyste proměřovali odpovídající pulsy. Zejména u pulsaru PSR 0329+54 je třeba vybrat ke třem impulsům na prvních třech frekvencích odpovídající čtvrtý na frekvenci 1420 MHz. Malá nápověda – „první vlevo“ to není. Zřejmě nezbývá, než postupovat metodou „zkoušek a omylů“ a počítat hodnotu  $nr$  pro různý výběr impulsů na této frekvenci.

Tabulka 3: Zpoždění a míra disperze

Pulsar		Perioda pro frekvenci									Perioda (průměr)
		Zpoždění $\Delta t$ [s] a míra disperze $nr$ pro pulsary									
Frekvence [MHz]		0809+74			0950+08			0329+54			
$\nu_1$	$\nu_2$	[mm]	$\Delta t$	$nr$	[mm]	$\Delta t$	$nr$	[mm]	$\Delta t$	$nr$	$P$
234	256										
234	405										
234	1420		–	–	–	–	–				
256	405										
256	1420	–	–	–	–	–	–				
405	1420	–	–	–	–	–	–				
průměry:		–	–		–	–			–	–	

4. Pomocí vztahu 1 spočítejte vzdálenosti pulsarů. Předpokládejte přitom, že průměrná koncentrace elektronů v mezihvězdném prostředí je  $3 \cdot 10^{-8} \text{ m}^{-3}$ . Výsledky запиšte do tabulky 4. Diskutujte, jak jednotlivé kroky, které jste podnikli k určení vzdáleností, a zejména jejich nejistoty ovlivnily výsledné hodnoty vzdáleností. Jak velkou nejistotu v hodnotě vzdálenosti znamená nepřesnost měření 0,2 mm v záznamech na obrázku 4?

Tabulka 4: Vzdálenosti pulsarů

Pulsar	Vzdálenost $r$ [pc]
0809+74	
0950+08	
0329+54	

Jak už víme, je v označení pulsaru zakódována jeho poloha na hvězdné obloze. Pomocí mapy hvězdné oblohy zjistěte, ve kterém souhvězdí a poblíž které jasnější hvězdy se pulsar nachází. Popište také, kdy je nejlépe příslušná část hvězdné oblohy pozorovatelná pro pozorovatele v Brně. Stačí uvést měsíce nebo roční období. Výsledky запиšte do tabulky 5.

Tabulka 5: Poloha pulsarů na hvězdné obloze.

Pulsar	Souhvězdí	Jasná hvězda v okolí	Viditelnost (roční období)
0809+74			
0950+08			
0329+54			

## Krabí mlhovina

1. Na obrázcích 5, 6 je označena dvojice hvězd. Jejich úhlová vzdálenost je  $385''$ . Změřte jejich vzdálenost na snímcích v milimetrech s přesností na desetinu milimetru. Naměřené vzdálenosti zapište do tabulky 6 spolu se spočtenými průměrnými hodnotami a chybami. Spočítejte také měřítka obou snímků v úhlových vteřinách na milimetr [ $''$ /mm] a zapište na poslední řádek tabulky 6.

Tabulka 6: Měřítka snímků Krabí mlhoviny.

Měření č.	Snímek z r. 1973 vzdálenost hvězd [mm]	Snímek z r. 2000 vzdálenost hvězd [mm]
1		
2		
3		
4		
5		
Průměr		
Chyba		
Měřítka [ $''$ /mm]		

2. Podle obrázku 3 zidentifikujte pulsar na obou snímcích na obrázcích 5, 6.
3. Vyberte si na jednom snímku 10 relativně dobře definovaných bodů, zhustků ve filamentech mlhoviny, zejména na její periferii. Vybrané body si dobře vyznačte, aby nemohlo dojít k záměně s jiným zhustkem. Pozor také na záměnu s hvězdami. Vybrané body pak nalezněte na druhém snímku a opět pečlivě označte.
4. Na obou snímcích změřte vzdálenost každého zvoleného bodu k pulsaru s přesností na desetinu milimetru. Výsledky zapište do tabulky 7 do sloupců  $r_{1973}$  a  $r_{2000}$ , kde  $r$  značí vzdálenost.
5. S použitím zjištěného měřítka snímků spočítejte úhlovou vzdálenost  $q$  zhustků od pulsaru a doplňte tabulku 7.
6. Spočítejte rozdíl úhlových vzdáleností  $\Delta q$  zhustků od pulsaru mezi roky 1973 a 2000 pro každý proměřený zhustek. Z něj poté určete průměrnou rychlost vyvrhovaného materiálu

Tabulka 7: Vzdálenosti vyznačených bodů v Krabí mlhovině od pulsaru

Uzlík č.	$r_{1973}$ [mm]	$q_{1973}$ ["]	$r_{2000}$ [mm]	$q_{2000}$ ["]	$\Delta q$ ["]	$w$ ["/rok]	$T$ [roky]
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							

ve vybraných bodech vzhledem k centrálnímu pulsaru  $w$  v úhlových vteřinách za rok a výsledky запиšte do tabulky 7.

Střední rozptyl v  $\Delta q$  indikuje stochastickou chybu ve vašich měřeních vzdáleností. Spočítejte střední hodnotu  $\Delta q$  a její chybu.

$$\overline{\Delta q} = \dots \pm \dots$$

7. Posledním krokem je výpočet celkového času  $T$ , který uplynul od exploze supernovy. Spočtené hodnoty запиšte do posledního sloupce tabulky 7. Spočítejte střední hodnotu doby rozpínání Krabí mlhoviny  $\overline{T}$  a chybu určení.

Doba  $\overline{T} = \dots \pm \dots$ , takže k explozi supernovy podle našich zjištění došlo v roce  $\dots$ . Jistě víte, že správná hodnota, tedy rok, kdy došlo k explozi supernovy, je 1054. Srovnajte s vaším výsledkem a diskutujte důvod rozdílu. Pomoci by vám mohla i nápověda, že výše popsané a provedené určení stáří Krabí mlhoviny bylo učiněno za jednoho dosud nevyřčeného předpokladu o rychlosti plynných zbytků supernovy. Jakého? Jak moc ovlivnily váš výsledek chyby vašeho měření vzdáleností na snímcích? Diskutujte.

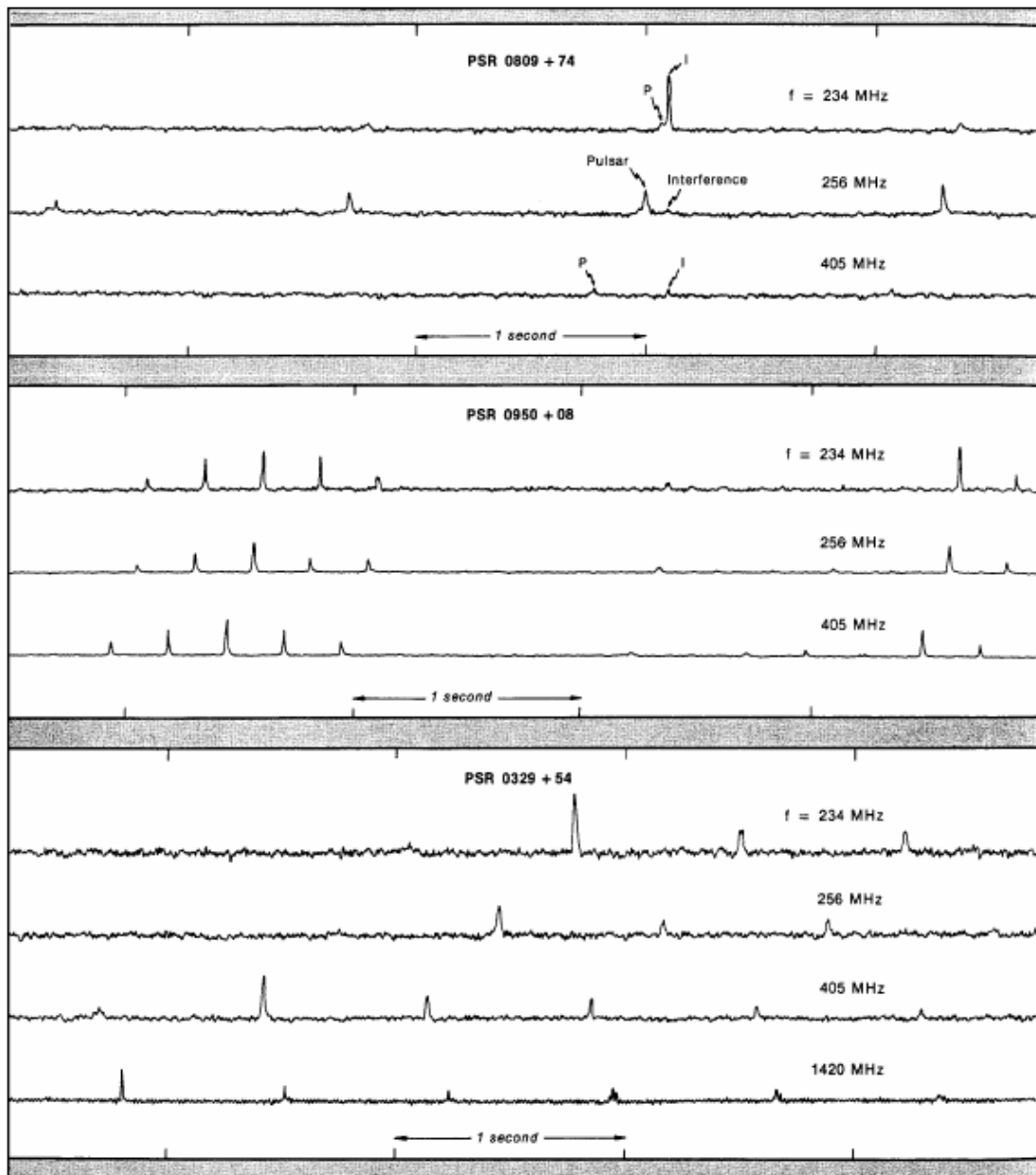
8. Krabí mlhovinu poprvé pozoroval v roce 1731 John Bevis. Nezávisle ji znovu objevil Charles Messier v roce 1758. Spočtete (i s naším zjednodušujícím předpokladem) jaký úhlový rozměr měla Krabí mlhovina v roce, kdy ji pozoroval Charles Messier.

Messier používal ke svým pozorováním refraktor o průměru přibližně 100 mm. Jakou měl jeho přístroj teoretickou rozlišovací schopnost?

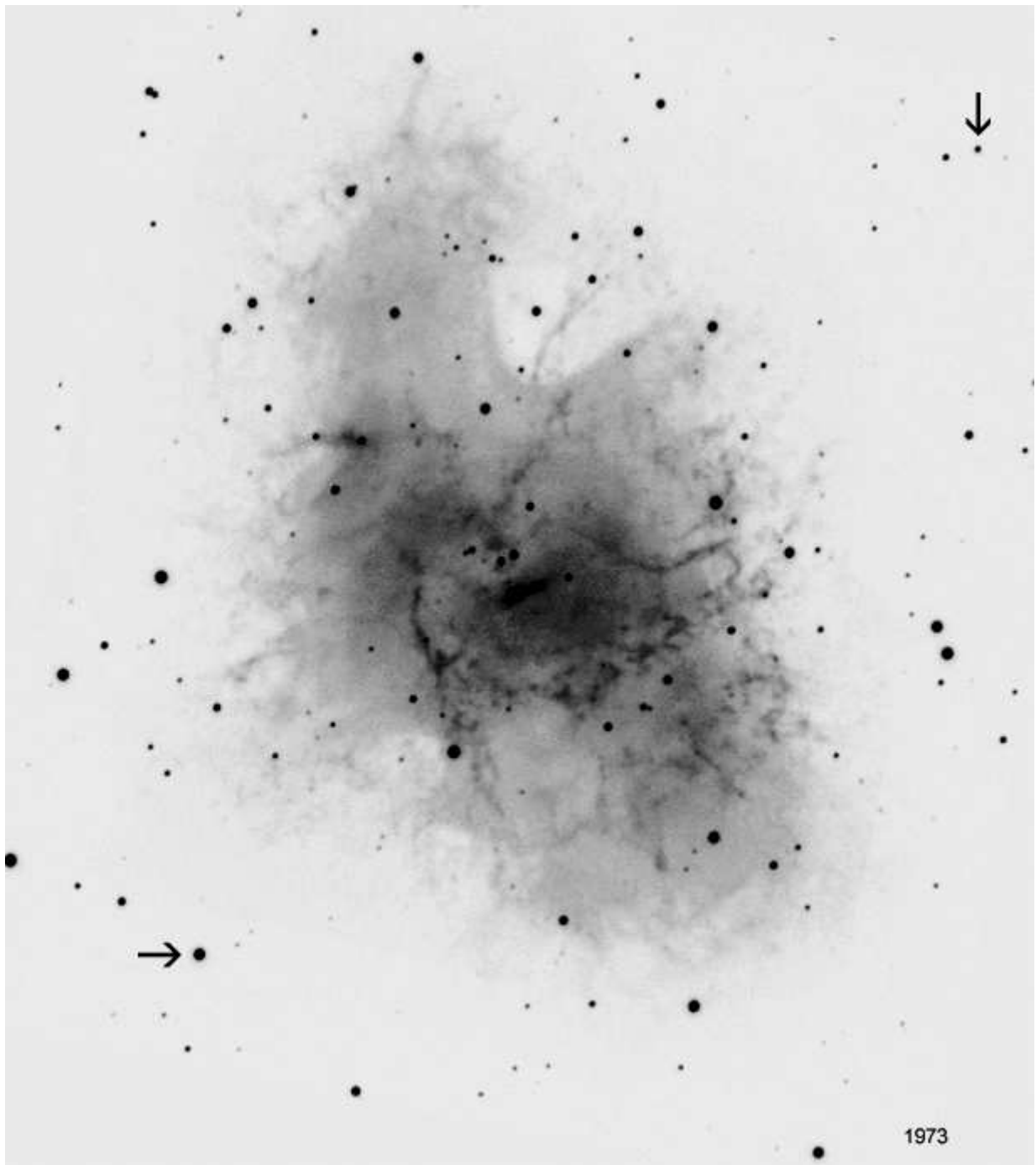
Úhlový rozměr Krabí mlhoviny v roce 1758 byl . . . . .”, přičemž teoretická rozlišovací schopnost Messierova dalekohledu byla . . . . .

Pojďme ale ještě dále do minulosti. Největší dalekohled Galilea Galileiho měl průměr 58 mm. Řekněme, že si jej vyrobil už v roce 1610. Jakou měl teoretickou rozlišovací schopnost? Mohl tehdy Krabí mlhovinu pozorovat? Diskutujte.

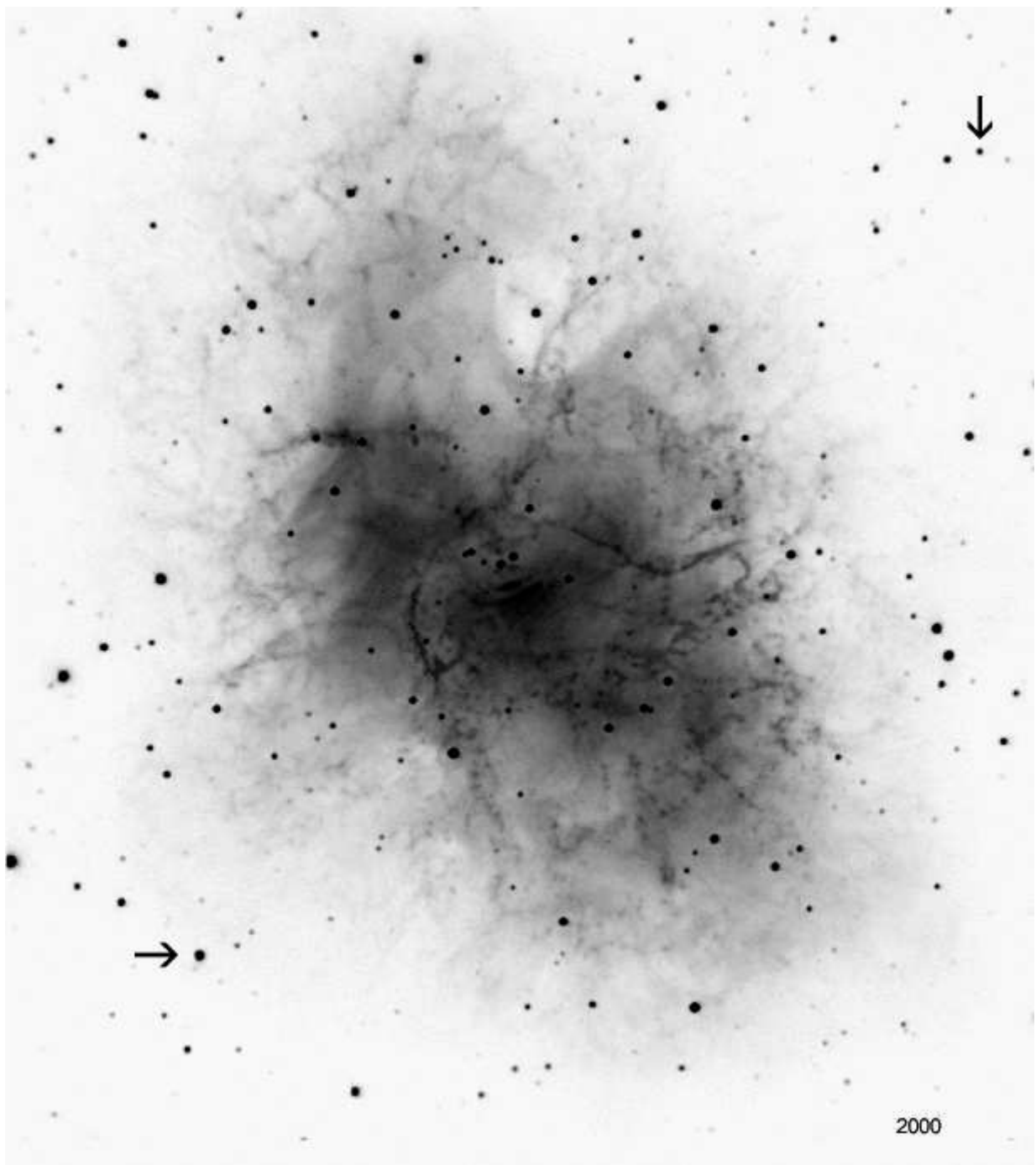
Úhlový rozměr Krabí mlhoviny v roce 1610 byl . . . . .”, přičemž teoretická rozlišovací schopnost Galileova dalekohledu byla . . . . .



Obr. 4: Registrace záření tří pulsarů (National Radio Astronomy Observatory, Green Bank, USA).



Obr. 5: Krabí mlhovina v roce 1973.



Obr. 6: Krabí mlhovina v roce 2000.





# ZÁKLADY ASTRONOMIE 2

## Praktikum 5

### DYNAMICKÁ PARALAXA HVĚZD

#### 1 Úvod

Dvojhvězdy jsou nenahraditelným zdrojem informací ze světa hvězd. Nejvýznamnější jsou z tohoto pohledu zákrytové dvojhvězdy, tedy soustavy, kde se nám při pohledu ze Země jejich složky při oběhu kolem těžiště soustavy vzájemně zakrývají. Jsou zpravidla tak daleko, že složky dvojhvězdy nerozlišíme jako jednotlivé hvězdy, ale pozorujeme jen společné světlo obou hvězd. Z průběhu celkové jasnosti soustavy pak můžeme určit zejména poměry hmotností, rozměrů, zářivých výkonů složek a sklon trajektorie. Pokud přidáme i výsledky spektroskopických pozorování, zejména křivku radiálních rychlostí, můžeme určit hmotnosti a poloměry v absolutních hodnotách, tedy přímo v kilogramech a metrech. Parametry dvojhvězd lze z jejich světelných křivek a křivek radiálních rychlostí získat pomocí řady programů jako PHOEBE, WD, Nightfall, FOTEL, Binary Maker a jiné, z nichž většina je volně dostupných.

V naší úloze se ale zaměříme na tzv. vizuální dvojhvězdy, kdy obě složky dvojhvězdy rozlišíme a pozorujeme je při pohybu kolem těžiště soustavy. Pokud u takové dvojhvězdy známe periodu oběhu  $P$  složek kolem hmotného středu soustavy a velkou poloosu  $a$  této trajektorie, můžeme zjistit vzdálenost soustavy tzv. *dynamickou paralaxu dvojhvězdy* i hmotnosti obou složek. Na rozdíl od striktních, přesných metod zmíněných výše, tady se musíme spokojit s jistou mírou nepřesnosti a závislosti výsledků, protože využijeme empirické vztahy mezi hmotností a zářivým výkonem hvězd. Nicméně i přesto jsou takto získané údaje velmi cenné, neboť v řadě případů není jiná možnost, jak například hmotnosti hvězd zjistit. Velkým kladem metody dynamické paralaxy je její jednoduchost. Je vlastně založena na aplikaci třetího Keplerova zákona. Podívejme se v čem metoda spočívá. Nechť složky dvojhvězdy o hmotnostech  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  obíhají kolem těžiště soustavy po trajektorii s velkou poloosou  $a$  za dobu  $P$ . Pak lze třetí Keplerův zákon zapsat ve tvaru

$$\frac{a^3}{P^2} = \mu_1 + \mu_2. \quad (1)$$

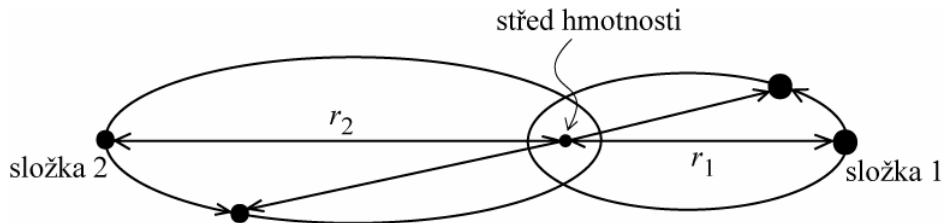
Hmotnosti jsou přitom vyjádřeny v hmotnostech Slunce  $M_\odot$ , perioda oběhu  $P$  v rocích a velká poloosa  $a$  v astronomických jednotkách AU. Z pozorování vizuální dvojhvězdy lze zjistit hvězdné velikosti složek, jejich periodu oběhu  $P$  a také úhlovou vzdálenost v úhlových vteřinách  $a''$ . Její hodnota samozřejmě závisí na vzdálenosti dvojhvězdy. Pro soustavu vzdálenou od nás  $r$  parseků, tedy s paralaxou  $\pi$ , lze velkou poloosu trajektorie vyjádřit jako

$$a = a'' r = a'' / \pi. \quad (2)$$

Dosazením do Keplerovy rovnice dostáváme po úpravě vztah pro dynamickou paralaxu

$$\pi^3 = \frac{a''^3}{P^2 (\mu_1 + \mu_2)}, \quad (3)$$

který využijeme v naší úloze.



Obr. 1: Oběžná trajektorie složek dvojhvězdy.

## 2 Pracovní postup

Metoda dynamické paralaxy je iterativní a stačí jen několik málo kroků k cíli. V principu je snadno algoritmizovatelná, takže by neměl být větší problém celou úlohu nebo alespoň její podstatnou část řešit vlastním krátkým programem nebo využitím funkcí například Excelu a podobně.

V prvním kroku předpokládejte, že hmotnosti složek dvojhvězdy jsou stejné, tedy  $\mu_1 = \mu_2$  a navíc jsou rovny právě jedné hmotnosti sluneční. Ze vztahu 3 lze pak snadno vypočítat odpovídající hodnotu paralaxy  $\pi$ .

Pozorované hvězdné velikosti složek  $m_1, m_2$  nyní využijeme k výpočtu jejich absolutní hvězdné velikosti  $M_1, M_2$  pomocí vztahu pro modul vzdálenosti

$$M_i = m_i + 5 + 5 \log \pi, i = 1, 2, \tag{4}$$

kde indexy značí složky 1, 2 dvojhvězdy a  $\pi$  je paralaxa systému.

Absolutní hvězdná velikost je mírou zářivého výkonu hvězdy a ten, jak víme, závisí na hmotnosti. Protože ale existují pro různé typy hvězd různé závislosti, je zapotřebí zvolit jaký typ hvězd jsou složky naší dvojhvězdy. Nejpravděpodobnější je, že půjde o hvězdy hlavní posloupnosti. Za tohoto předpokladu lze pro další řešení využít závislost hmotnost - zářivý výkon, respektive absolutní hvězdná velikost  $M = f(\mu)$  z knihy Harrise et al. (1963). S její pomocí určíme odhady hmotností pro obě složky dvojhvězdy  $\mu_1, \mu_2$ . Abychom si práci ještě více usnadnili, aproximujeme závislost  $M = f(\mu)$  lineárním vztahem

$$\log \mu_i = pM_i + q, \tag{5}$$

kde  $M_i$  je absolutní hvězdná velikost  $i$ -té složky a konstanty  $p, q$  nabývají hodnot podle tabulky 1. Teď už lze snadno spočítat odhady hmotností složek  $\mu_1, \mu_2$ .

Tabulka 1: Koeficienty  $p, q$

rozsah $M$ [mag]	$p$	$q$
$M < 0$	-0,12	0,46
$0 \leq M \leq 7,5$	-0,10	0,46
$7,5 < M \leq 11$	-0,14	0,75

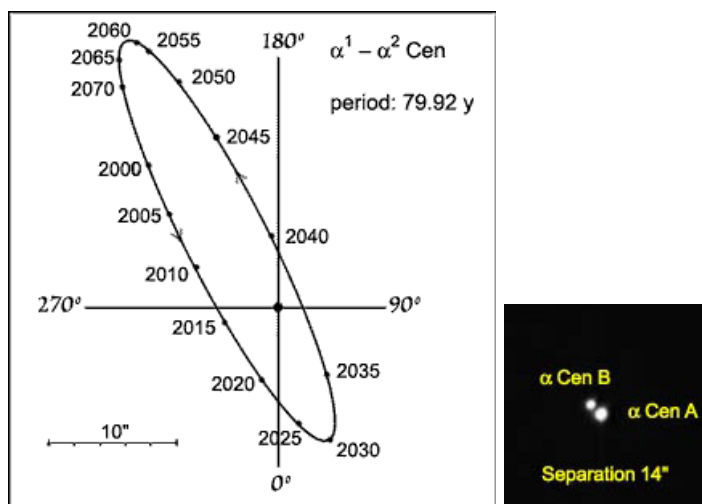
Na počátku jsme ale v prvním kroku předpokládali, že obě hmotnosti jsou stejné a jsou rovny hmotnosti Slunce. To je v pořádku, ale pro další cyklus použijeme už přesnější odhad hmotností složek a vypočtené hodnoty  $\mu_1, \mu_2$  dosadíme znovu do vztahu 3 a celý postup zopakujeme. Už po několika cyklech iterativního procesu zjistíte, že se hodnoty hmotností složek dále nemění a dospěli jste tak k cíli.

## Použité zdroje a další materiály ke studiu

D. L. Harris, K. A. Strand a C. E. Worley: Basic Astronomical Data, Chicago and London 1963, 273

Pokorný, Z., Vademecum. Hvězdárna a planetárium M. Koperníka v Brně, 2006

[http://outreach.atnf.csiro.au/education/senior/astrophysics/binary\\_types.html](http://outreach.atnf.csiro.au/education/senior/astrophysics/binary_types.html)



Obr. 2: Dvojhvězda  $\alpha$  Centauri.

Shrnutí úkolů:

1. Z tabulky 3 si zvolte dvě vizuální dvojhvězdy, pro něž budete určovat hmotnosti složek a vzdálenosti od nás.
2. Za předpokladu, že hmotnosti složek dvojhvězdy jsou stejné  $\mu_1 = \mu_2 = 1 M_\odot$ , vypočtete ze vztahu 3 odpovídající hodnotu paralaxy  $\pi$  a запиšte do tabulky 2.
3. Ze zjištěné paralaxy a pozorovaných hvězdných velikostí složek  $m_1, m_2$  spočítejte jejich absolutní hvězdné velikosti  $M_1, M_2$  a запиšte do tabulky 2.
4. Za předpokladu, že složkami dvojhvězdy jsou hvězdy hlavní posloupnosti, vypočtete pomocí vztahu 5 odhady hmotností  $\log \mu_1, \log \mu_2$ , a posléze  $\mu_1, \mu_2$  pro obě složky a výsledky запиšte do tabulky 2. Vypočtené hodnoty hmotností poslouží jako vstupní hodnoty do dalšího cyklu.
5. Postup v bodech 2 až 5 opakujte. Iterativní metodou se tak dostanete ke správné hodnotě hmotností složek. Počet iterací je dán požadovanou přesností výsledku. Jestliže se bude výsledná paralaxa ve dvou po sobě následujících výpočtech lišit o méně než řekněme  $0,01''$ , bude stačit jen několik iterací a výpočet může skončit. Celý proces lze samozřejmě naprogramovat. V takovém případě přiložte k protokolu výpis programu, jednoduchý popis používání a výpis mezivýsledků odpovídající tabulce 2. Pokud nechcete programovat, lze práci urychlit například tím, že výpočty budete provádět v prostředí tabulkového procesoru Excel.
6. Postup zopakujte pro druhou vybranou hvězdu.
7. Pro zvolené hvězdy vyhledejte na internetu nebo v dostupné literatuře hodnoty trigonometrické paralaxy a doplňte je do tabulky 1. Uveďte zdroj, odkud jste hodnoty převzali a diskutujte rozdíl mezi zjištěnými hodnotami dynamické a trigonometrické paralaxy.

Tabulka 2: Výpočet dynamické paralaxy.

Dvojhvězda:							
Cyklus výpočtu	$\mu_1$	$\mu_2$	$\pi$	$M_1$	$M_2$	$\log \mu_1$	$\log \mu_2$
1	1.0	1.0					
2							
3							
4							
5							
Dvojhvězda:							
Cyklus výpočtu	$\mu_1$	$\mu_2$	$\pi$	$M_1$	$M_2$	$\log \mu_1$	$\log \mu_2$
1	1.0	1.0					
2							
3							
4							
5							

Tabulka 3: Vybrané vizuální dvojhvězdy.

Dvojhvězda	$m_1$ [mag]	$m_2$ [mag]	$a''$	$P$ [roky]	Dynam. paralaxa	Trigon. paralaxa
70 Oph	4,2	6	4,56	87,71		
$\alpha$ Cen	0	1,2	17,58	79,92		
$\gamma$ Vir	3,5	3,5	3,7	168,68		
$\zeta$ Boo	4,7	7	4,9	151,51		



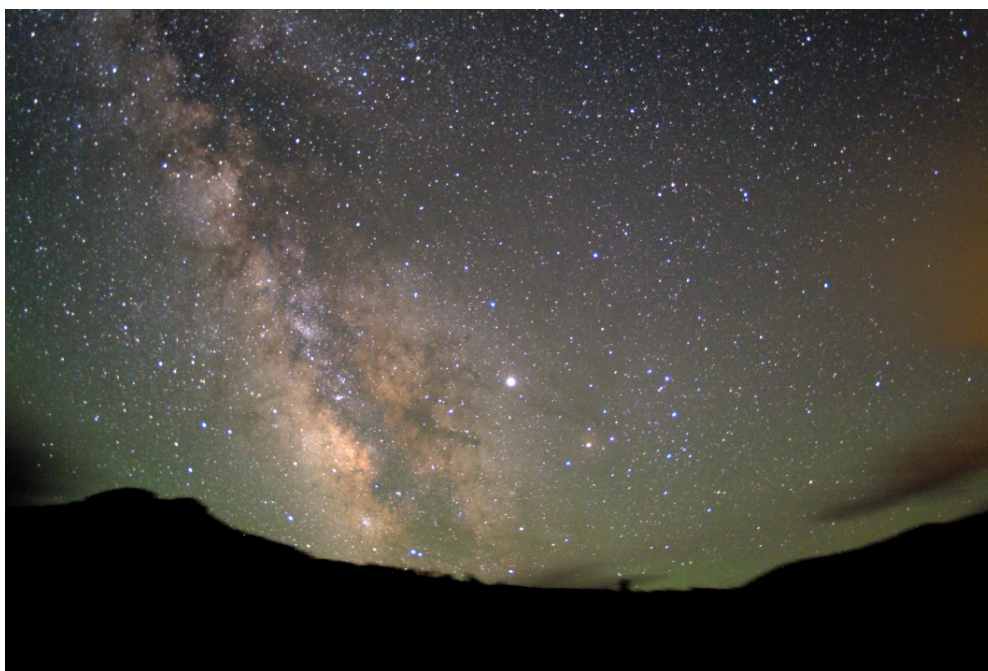
# ZÁKLADY ASTRONOMIE 2

## Praktikum 6.

### VLASTNOSTI GALAXIE

#### 1 Úvod

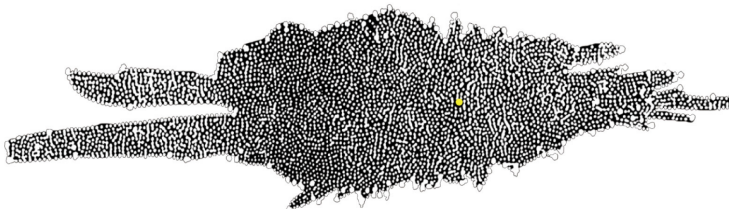
Za jasné bezměsíčné noci můžeme na pozorovacím stanovišti bez rušivého osvětlení pozorovat stříbrný pás Mléčné dráhy. O tom, že je tvořen ohromným množstvím hvězd, spekulovali už antičtí učenci před dvěma a půl tisíci lety. Pozorováním to jako první prokázal až roku 1609 Galileo Galilei. Ale až v 18. století se objevilo správné vysvětlení. Nejprve první myšlenky v dílech Swedenborga a Wrighta, které završil v roce 1755 Imanuel Kant. Mléčná dráha v podobě pásu na obloze je podle něj důsledkem toho, že Slunce patří do obrovské soustavy hvězd ve tvaru disku držných u sebe gravitací podobně jako Sluneční soustava jen v mnohem větším měřítku. Důkaz založený na pozorování předložil jako první roku 1785 William Herschel, který počítáním hvězd v různých částech hvězdné oblohy vytvořil první mapu rozložení hvězd v galaxii a tedy i první model naší Galaxie (viz obrázek 2). Slunce v něm umístil poblíž středu.



Obr. 1: Centrální část Mléčné dráhy, pohled ke středu Galaxie. Snímek byl převzato ze stránek <http://www.czechnationalteam.cz/>

Takové místo poblíž středu Galaxie ale Slunci nenáleží. Počátkem minulého století odsunul Slunce dále od středu Galaxie Harlow Shapley. Tento výsledek vycházel z jeho studia rozložení kulových hvězdokup v Galaxii. Shapley vyslovil dle svých slov "troufalý a ukvapený předpoklad", že kulové hvězdokupy tvoří jakousi kostru naší Galaxie. Z jejich rozložení by pak mělo být možné určit polohu středu Galaxie. Tento způsob také využijeme při řešení části naší praktické úlohy. Když už budeme mít rozložení kulových hvězdokup v Galaxii, nabízí se srovnání jejich rozmístění

s otevřenými hvězdokupami. Poloha hvězdokup do jisté míry souvisí s jejich stářím a stářím jejich členů - jednotlivých hvězd. Proto je důležité vědět, zda se sledované objekty nacházejí kolem středu Galaxie, v galaktické rovině nebo jsou rovnoměrně rozptýleny po galaktickém halu. Dalším úkolem v praktické úloze bude tedy prozkoumat rozložení jasných zářivých hvězd spektrálního typu O a B, nejjasnějších hvězd na hvězdné obloze a také otevřených a kulových hvězdokup v naší Galaxii.



Obr. 2: Tvar naší galaxie, jak jej odvodil W. Herschel v roce 1785. Obrázek byl převzat z <http://www2.astro.psu.edu>.

## 2 Pracovní postup

### 2.1 Vzdálenost středu Galaxie

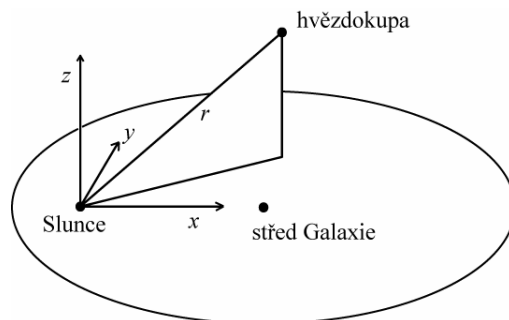
V této části praktické úlohy budeme v podstatě opakovat Shapleyho postup, ale samozřejmě využijeme novějších fotometrických dat. Vyjdeme z předpokladu, že kulové hvězdokupy jsou v Galaxii rozloženy středově symetricky. Zjistíme-li prostorové rozložení kulových hvězdokup, můžeme určit také naši vzdálenost od středu Galaxie. Obecně jsou rozměry kulových hvězdokup vzhledem k jejich vzdálenostem od nás malé, takže můžeme všechny hvězdy z jedné hvězdokupy považovat za stejně vzdálené. Pak stačí zjistit nebo znát vzdálenost třeba jen jedné hvězdy hvězdokupy a známe vlastně vzdálenost celé hvězdné soustavy.

Kulové hvězdokupy jsou uskupení tvořená zejména staršími hvězdami populace II. Řada hvězd už opustila hlavní posloupnost HR diagramu. Pro nás je nyní důležitá zejména tzv. horizontální větev v HR diagramu. Na ní se nacházejí pulsující hvězdy typu RR Lyrae. Jenže právě kvůli změnám jasnosti se do HR diagramu většinou nezakreslují. Tím vzniká v horizontální větvi mezera (viz obrázek 4), která nám prozradí, jakou střední pozorovanou hvězdnou velikost mají v té které hvězdokupě právě hvězdy typu RR Lyrae. Přitom absolutní hvězdná velikost je pro všechny tyto hvězdy přibližně stejná ( $M = 0,6$  mag), takže lze snadno vypočítat jejich vzdálenosti a tím i určit vzdálenost celé hvězdokupy. A navíc - protože víme, v jakých směrech se na naší hvězdné obloze hvězdokupy nacházejí, můžeme (při známé vzdálenosti) zjistit prostorové rozložení kulových hvězdokup. Je však třeba mít na paměti, že je tu ještě jeden výrazný faktor, který může podobu rozložení hvězdokup výrazně ovlivnit, a to mezihvězdná extinkce. Při zpracování tedy pozorovanou hvězdnou velikost opravte o vliv extinkce. Vždyť v rovině Galaxie ve směru ke středu dosahuje ve vizuální oblasti spektra hodnotu  $A_V = +30$  mag! Promyslete si, zda se extinkční koeficient přičítá nebo odečítá.

Jestliže znáte pozorovanou hvězdnou velikost  $m$ , opravíte ji o extinkci, je snadné spočítat pomocí vztahu pro modul vzdálenosti vzdálenost objektu. Samotná vzdálenost ale nestačí. Je třeba převést galaktické souřadnice  $l, b$  na pravoúhlé souřadnice  $x, y, z$ .

Transformační vztahy lze odvodit z obrázku 3:

$$\begin{aligned} x &= r \cos l \cos b, \\ y &= r \sin l \cos b, \\ z &= r \sin b. \end{aligned} \tag{1}$$



Obr. 3: Poloha objektu.

Vynesete-li polohy kulových hvězdokup z tabulky 1 ve dvou rovinách - v řezech  $x-z$  a  $x-y$ , můžete v každé rovině určit vzdálenost středu Galaxie od našeho pozorovacího stanoviště. Kulové hvězdokupy v tabulce 1 představují jen část z více než stovky známých galaktických kulových hvězdokup. Nicméně i tak se podívejme, jak se změní určená poloha středu Galaxie přidáním 12 kulových hvězdokup, ležících poblíž galaktického rovníku (viz tabulka 2). Zastínění způsobené jádrem galaxie je po jejich vynesení do grafů jasně patrné.

## 2.2 Rozložení objektů v Galaxii

Při studiu rozložení objektů v Galaxii je nejvhodnější používat galaktické souřadnice. To byl ostatně jeden z důvodů jejich vzniku. Přestože jsme galaktické souřadnice v předchozí části praktické úlohy už použili, podívejme se na ně nyní detailněji. Tento souřadný systém je definován pomocí roviny galaktického disku, galaktického rovníku a směru ke středu Galaxie. S pomocí mapy určete, kterými souhvězdími prochází galaktický rovník, kde leží střed Galaxie a ve kterých souhvězdích se nacházejí galaktické póly.

Při studiu rozložení objektů v naší galaxii se nejdříve podívejme na samotné hvězdy. V tabulce 3 je uvedeno 10 nejjasnějších hvězd severní i jižní hvězdné oblohy a v tabulce 4 20 jasných hvězd spektrálního typu O a B. Vyneste polohy hvězd obou skupin do grafu a porovnejte jejich rozložení.

Podobně zaneste do grafu galaktické souřadnice 30 nejjasnějších kulových hvězdokup z tabulky 5 a 16 mladých otevřených hvězdokup (tabulka 6). Porovnejte a diskutujte jejich rozložení. Porovnejte také populace hvězd kulových a otevřených hvězdokup.

Vykreslení poloh hvězd i hvězdných uskupení v galaktických souřadnicích by mělo zafixovat vaše poznatky o rozložení určitých tříd objektů v naší Galaxii a poukázat na souvislost jejich polohy a stáří.

## Použité zdroje a další materiály ke studiu

Astronomical Picture of the Day, <http://apod.nasa.gov/apod/ap010223.html>

A. Hirshfeld: Laboratory Exercises in Astronomy – How Far is the Galactic Center? (Sky and Telescope 68, 1984, č. 6, 498-502)

Pokorný, Z., Vademecum. Hvězdárna a planetárium M. Koperníka v Brně, 2006

<http://www.julda.cz/2009/04/milimetrovy-papir-k-vytisknuti-vzor-ke-stazeni/>



Shrnutí úkolů:

1. V tabulce 1 je uvedena pozorovaná hvězdná velikost hvězd typu RR Lyrae ve 20 vybraných kulových hvězdokupách a mezihvězdná extinkce ve směru k nim. Uveďte vztah pro modul vzdálenosti obsahující mezihvězdnou extinkci.

.....

Vztah nyní upravte a použijte pro výpočet vzdáleností hvězd. Absolutní hvězdná velikost všech hvězd typu RR Lyrae je přibližně stejná,  $M = 0,6$  mag. Vypočtené údaje zapište do tabulky 1. Veškeré výpočty i vykreslování můžete dělat i na počítači. Data z tabulek jsou k dispozici v elektronické podobě.

2. Z galaktických souřadnic  $l, b$  hvězd typu RR Lyrae v tabulce 1 a jejich vzdáleností  $r$  vypočítejte pravoúhlé souřadnice  $x, y, z$ , které budete nadále používat, a jejich hodnoty pravoúhlých souřadnic vepište do tabulky 1.
3. Do grafu na obrázku řezu v rovině  $x-z$  (obr. 5) vyneste ve vhodném měřítku souřadnice  $x, z$  všech hvězdokup z tabulky 1. Souřadnice můžete vynášet, jak do milimetrového papíru v obrázku 5, tak i na počítači. V případě počítačového zpracování tohoto a dalších úkolů praktické úlohy, nezapomeňte příslušné grafy vytisknout a přiložit k protokolu.
4. Zvolte si metodu a určete střed rozložení kulových hvězdokup v řezu galaxie v rovině  $x-z$ . Můžete postupovat graficky, např. dělením na symetrické části, nebo výpočtem. Zvolený postup popište. Určený střed odpovídá podle Shapleyho předpokladu středu Galaxie.

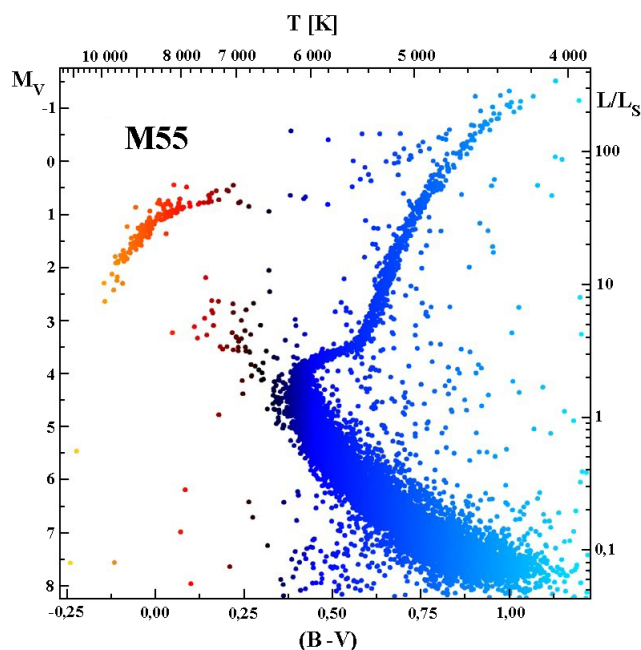
Vzdálenost Slunce – střed Galaxie: .....

5. Do stejného grafu ještě vyneste odlišným způsobem (barvou, tvarem značek) souřadnice 12 kulových hvězdokup, ležících poblíž galaktického rovníku uvedené v tabulce 2. Jak by se změnila určená vzdálenost ke středu Galaxie, pokud bychom vzali v úvahu i tyto kulové hvězdokupy?

6. Výše uvedený postup zopakujte i pro řez Galaxií v rovině  $x - y$ . Využijte milimetrový papír na obrázku 5 nebo počítače.

Vzdálenost Slunce – střed Galaxie: . . . . .

7. Nalezněte v literatuře nebo na internetu současnou hodnotu, která se udává pro vzdálenost středu Galaxie. Porovnejte s vámi získanými hodnotami a diskutujte nepřesnost určení vzhledem například k přesnosti dat nebo metodě určení středu rozložení kulových hvězdokup.



Obr. 4: Barevný diagram kulové hvězdokupy M55. Mochejska (CfA) a Kaluzny (CAMK). 1m Swope Telescope.

8. Pomocí mapy hvězdné oblohy nebo nějakého z programů jako např. Stellarium, který je volně ke stažení na <http://www.stellarium.org/> určete, kterými souhvězdími prochází galaktický rovník, kde leží střed Galaxie, ve kterých souhvězdích se nacházejí galaktické póly.

Galaktický rovník prochází souhvězdími: . . . . .

. . . . .

Střed Galaxie je v souhvězdí: . . . . .

Severní galaktický pól se nachází v souhvězdí: . . . . . a jižní v souhvězdí: . . . . .

Tabulka 1: Tabulka hvězd typu RR Lyrae

Hvězdokupa	RR Lyr	Extinkce	Vzdálenost	Galakt. souř.		Pravoúhlé souřadnice		
	$m$ [mag]	$A_V$ [mag]	$r$ [kpc]	$l$ [°]	$b$ [°]	$x$	$y$	$z$
47 Tucanae	14,0	0,13		305,9	-44,9			
NGC 288	15,3	0,10		149,7	-89,4			
NGC 2298	16,4	0,36		245,6	-16			
M 68	15,6	0,10		299,6	36			
NGC 5466	16,5	0,17		42,1	73,6			
IC 4499	17,7	0,79		307,4	-20,5			
NGC 5824	17,9	0,46		332,6	22,1			
Palomar 5	17,3	0,10		0,9	45,9			
NGC 5897	16,2	0,20		342,9	30,3			
M 5	15,1	0,10		3,9	46,8			
M 80	15,9	0,69		352,7	19,5			
M 13	14,9	0,07		59	40,9			
NGC 6356	17,7	0,90		6,7	10,2			
M 54	17,7	0,46		5,6	-14,1			
NGC 6723	15,3	0,03		0,1	-17,3			
M 75	17,4	0,56		20,3	-25,8			
M 72	16,9	0,10		35,2	-32,7			
NGC 7006	18,7	0,43		63,8	-19,4			
M 15	15,8	0,38		65	-27,3			
M 30	15,2	0,03		27,2	-46,8			

Kdy je z Brna vidět nejvíce souhvězdí, kterými prochází galaktický rovník? . . . . .

Ve kterém ročním období je nejlépe pozorovatelný z České republiky severní galaktický pól a kdy střed Galaxie? . . . . .

9. V tabulce 3 je uvedeno 10 nejjasnějších hvězd našeho hvězdného nebe, ale chybí v ní jejich běžně užívaná jména. Doplňte je. Většinu byste měli zvládnout i bez nápovědy. Doplňte také, kdy je možné danou hvězdu nejlépe pozorovat z České republiky. Stačí s přesností měsíců.
10. Použijte opět síť milimetrového papíru z obrázku 5 nebo vhodný program na počítači a zakreslete do grafu polohy hvězd z tabulky 3 a také z tabulky 4, kde jsou uvedeny polohy 20 jasných hvězd spektrálního typu O a B. Polohy hvězd těchto skupin označujte různou barvou nebo různými symboly. Počátek osy  $x$ , tedy galaktickou délku  $l = 0^\circ$  umístěte do středu grafu. Dávejte pozor na správnou orientaci os. Pokud použijete počítač, nezapomeňte vytisknutý graf přiložit k protokolu.
- Liší se nějak rozložení desítky nejjasnějších hvězd a hvězd typu O a B? Diskutujte.

Tabulka 2: Kulové hvězdokupy poblíž galaktického rovníku.

Hvězdokupa	Pravoúhlé souřadnice [kpc]		
	$x$	$y$	$z$
NGC 5286	5,7	-6,5	1,6
NGC 6139	8,5	-2,7	1,1
M 10	3,9	1	1,7
M 62	5,8	-0,7	0,8
NGC 6304	5,2	-0,4	0,5
NGC 6401	6,3	0,4	0,4
NGC 6517	6,9	2,4	0,9
NGC 6541	6,6	-1,2	-1,3
NGC 6569	7,6	0,1	-0,9
NGC 6642	5,2	0,9	-0,6
NGC 6760	3,1	2,2	-0,3
M 71	2,2	3,3	-0,3

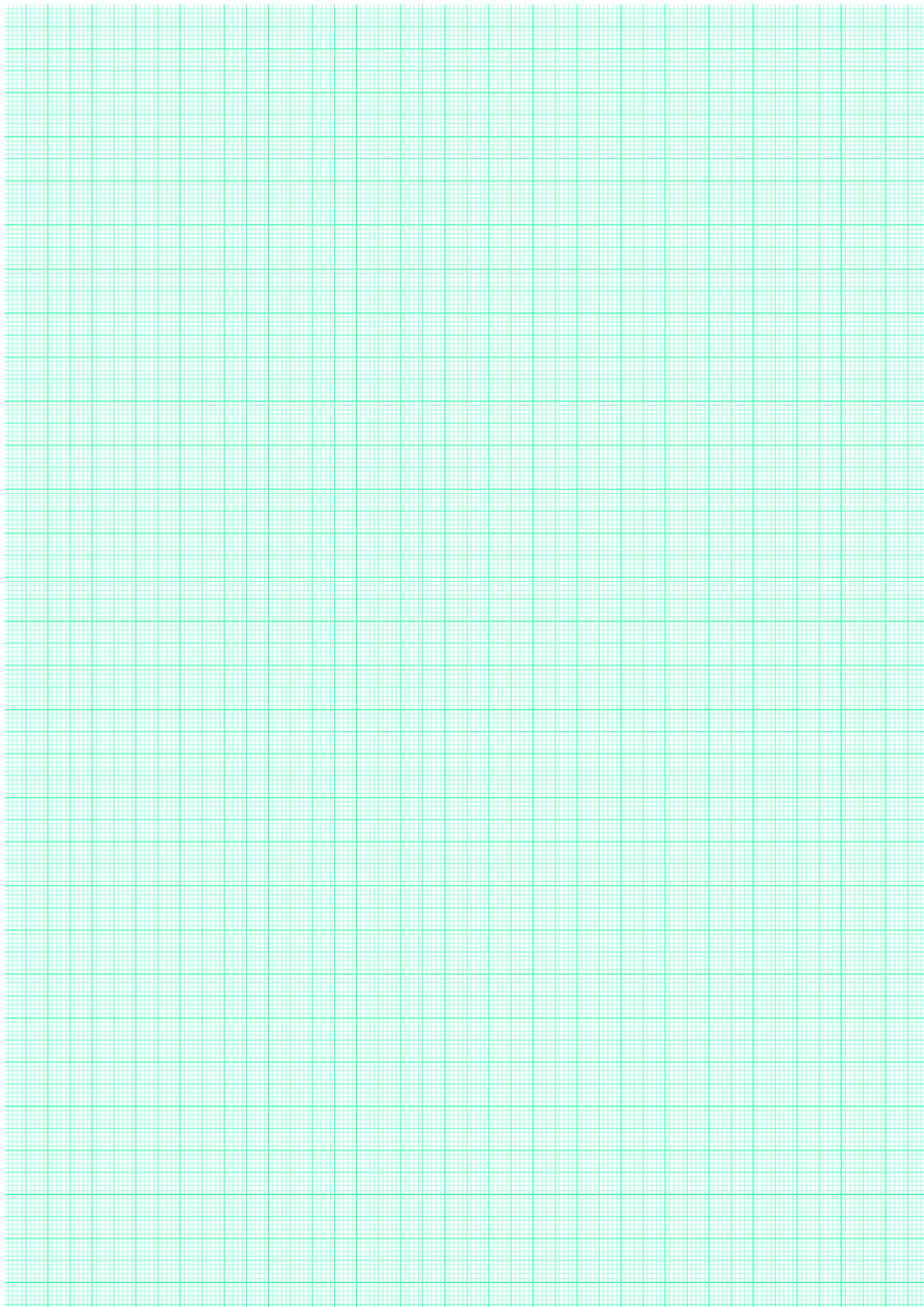
11. Analogicky k předchozímu úkolu zobrazte polohy 30 nejjasnějších kulových hvězdokup a 16 mladých otevřených hvězdokup z tabulek 5 a 6. Opět odlište tyto dvě skupiny pomocí různého značení. Diskutujte jejich rozložení v Galaxii. Odpovídá získané rozložení našim znalostem o poloze těchto tříd objektů v Galaxii? Při podrobnějším pohledu ale zjistíte, že například krásná otevřená hvězdokupa Plejády má oproti ostatním otevřeným hvězdokupám z našeho vzorku relativně velkou galaktickou šířku. Jak je to možné?

Tabulka 3: Deset nejjasnějších hvězd

Označení	Jméno hvězdy	$l$ [°]	$b$ [°]	Pozorovatelnost
$\alpha$ Tau		181	-20	
$\alpha$ Aur		163	5	
$\beta$ Ori		209	-25	
$\alpha$ Car		261	-25	
$\alpha$ CMa		228	-8	
$\alpha$ Cru		300	-1	
$\alpha$ Vir		317	50	
$\alpha$ Boo		15	69	
$\alpha$ Cen		316	-1	
$\alpha$ Lyr		68	19	

Tabulka 4: Dvacet jasných hvězd spektrálního typu O a B.

Označení	$l$ [°]	$b$ [°]	Označení	$l$ [°]	$b$ [°]
$\gamma$ Cas	124	-2	$\beta$ Cru	303	3
$\delta$ Ori	204	-17	$\varepsilon$ Cen	311	8
$\varepsilon$ Ori	205	-17	$\zeta$ Cen	315	14
$\zeta$ Ori	207	-16	$\beta$ Cen	312	1
$\kappa$ Ori	215	-18	$\eta$ Cen	323	16
$\beta$ CMa	226	-14	$\delta$ Sco	350	22
$\varepsilon$ CMa	240	-11	$\beta$ Sco	353	23
$\eta$ CMa	243	-6	$\zeta$ Oph	7	23
$\zeta$ Pup	256	-4	$\lambda$ Sco	352	-3
$\kappa$ Vel	276	-4	$\kappa$ Sco	351	-5



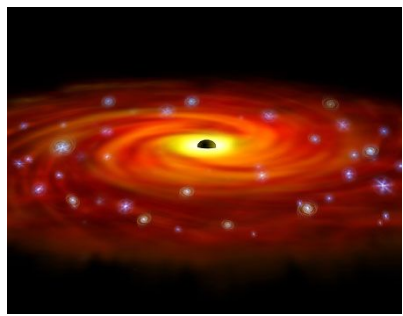
Obr. 5: Milimetrový papír pro konstrukci řezu Galaxie v rovinách  $x - z$  a  $x - y$ .

Tabulka 5: Třicet nejjasnějších kulových hvězdokup.

Označení	$l$ [°]	$b$ [°]	Označení	$l$ [°]	$b$ [°]
NGC 104 (47 Tuc)	306	-45	M 62	354	7
NGC 1851	244	-35	M 19	357	9
NGC 2808	282	-11	M 92	68	35
NGC 3201	278	9	NGC 6352	342	-8
NGC 4833	304	-8	NGC 6388	346	-7
NGC 5139 ( $\omega$ Cen)	310	-50	NGC 6397	338	-13
M 3	41	78	NGC 6441	354	-6
M 5	4	47	NGC 6541	350	-12
NGC 5986	337	13	M 28	8	-6
M 80	353	19	M 22	10	-8
M 4	351	15	NGC 6723	0	-17
M 13	59	41	NGC 6752	337	-26
M 12	16	26	M 55	9	-24
NGC 6235	359	13	M 15	65	-27
M 10	15	22	M 2	54	-36

Tabulka 6: Mladé otevřené hvězdokupy (mladší než  $10^8$  let)

Označení	$l$ [°]	$b$ [°]	Označení	$l$ [°]	$b$ [°]
M 103	128	-1	NGC 2362	238	-6
NGC 869 (h Per)	135	-3	IC 2391	271	-7
NGC 884 ( $\chi$ Per)	134	-3	IC 2602	290	-5
Mel 20 (Perseus)	147	-7	NGC 4755	304	2
M 45 (Plejady)	167	-23	M 21	8	-1
M 38	173	1	M 16	17	0
M 36	175	2	M 11	28	-3
NGC 2264	203	3	M 39	93	-2



# ZÁKLADY ASTRONOMIE 2

## Praktikum 7

### HMOTNOST ČERNÉ DÍRY V CENTRU GALAXIE

#### 1 Úvod

Černé díry možná vypadají záhadně, ale vznikly ze stejné obyčejné hmoty, z níž se skládá Slunce, Země a všechno na ní. V černé díře je ale tato hmota zmáčkuta do neuvěřitelně malého objemu. Kdyby se například měla černou dírou stát Země, byla by veškerá hmota Země v kuličce o průměru 1 cm. Připomeňme, že podle Newtonova gravitačního zákona v klasické mechanice se přitažlivá síla  $F$  mezi dvěma tělesy o hmotnostech  $m_1$  a  $m_2$  zvyšuje se zmenšujícím se čtvercem vzájemné vzdálenosti  $r$ . Na povrchu Země jsme ve vzdálenosti přibližně 6378 km od středu Země, ale na povrchu „zemské černé díry“ by to bylo jen 0.5 cm od středu. Takové obrovské zmenšení poloměru  $r$  způsobí, že gravitační působení bude miliardkrát větší než je normálně na Zemi. Takové extrémní působení má na všechna tělesa v blízkosti nezvyklé účinky. Kolem černé díry například naleznete sféru označovanou jako *horizont událostí*. Cesta k ní je vlastně jen jednocestná. Všechno, co pronikne za horizont událostí, se už nedostane zpět, což platí i pro světlo. A navíc, jestliže chce nějaké těleso vzdorovat silné gravitaci v bezprostředním okolí černé díry, musí se pohybovat obrovskou rychlostí. Náhodné srážky takto urychlených těles nebo jejich částí mají katastrofální následky a vznikne při ní obrovské množství tepla a světla.

Termín *černá díra* vymyslel v roce 1967 astrofyzik John A. Wheeler. Nicméně myšlenku existence tělesa, ze kterého by nemělo unikat světlo, poprvé zformuloval John Michell již v roce 1783. O 15 let později odvodil Pierre Laplace na základě newtonovské mechaniky velikost objektu, který díky své gravitaci zadrží i světlo. V roce 1916 provedl v podstatě totéž Karl Schwarzschild. Uvědomil si ale, že v okolí takových objektů se budou projevovat efekty tehdy nové, obecné teorie relativity. Odvodil charakteristickou vzdálenost pro každé hmotné nerotující sféricky symetrické těleso, tzv. Schwarzschildův poloměr:

$$r_s = \frac{2Gm}{c^2} = 1,48 \cdot 10^{-27} m, \quad (1)$$

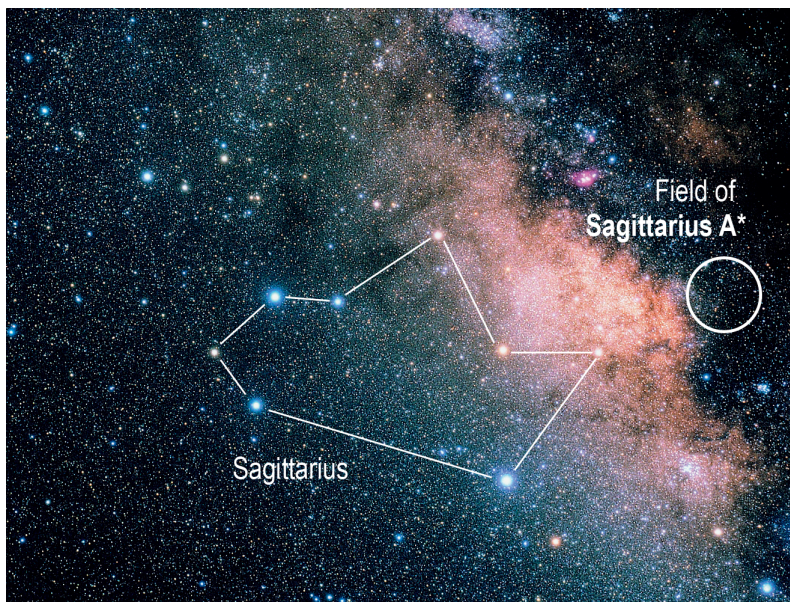
kde  $G$  je gravitační konstanta,  $c$  rychlost světla. Do koule o Schwarzschildově poloměru musí být veškerá hmota o dané hmotnosti stlačena, aby bylo její zhroucení do černé díry neodvratné. Schwarzschildův poloměr také popisuje velikost zmíněného horizontu událostí. Zajímavé je srovnání se vztahem odvozeným Laplace, který prostě do vztahu pro únikovou rychlost dosadil rychlost světla. Oba vztahy jsou stejné! Nicméně taková shoda je zřejmě čistě náhodná.

Přestože se zpočátku černé díry jevily jen jako pěkný nápad, extrémní teoretická úvaha teoretiků, máme už dnes silné důkazy pro existenci řady černých děr a jedné masivní dokonce přímo ve středu naší Galaxie.

#### 1.1 Černá díra uprostřed Galaxie

V únoru 1974 objevili Bruce Balick a Robert Brown z americké Národní radioastronomické observatoře neobvyklý jasný a velmi kompaktní rádiový zdroj v centru naší Galaxie. Zdroj označený Sgr A\* se nachází na souřadnicích  $\alpha = 17^{\text{h}}45^{\text{m}}40^{\text{s}}$ ,  $\delta = -29^{\circ}00'28''$  (2000.0) blízko





Obr. 1: Asterismus “čajová konvice” v souhvězdí Střelce. Souhvězdí Střelce je nejlépe pozorovatelné z jižní polokoule. Rádiový zdroj Sagittarius A\* se nachází ve středu bílého kroužku.

hranice souhvězdí Střelce se Štírem (viz obrázek 1). Brzy bylo jasné, že zdrojem rádiového záření v tomto případě pravděpodobně není hvězda. Spekulovalo se, že takový nezvyklý signál by mohl být způsoben nějakou hmotou pohybující se vysokou rychlostí kolem centra Galaxie. Co by mohlo takto hmotu urychlovat? Mohla by to být černá díra, jenže ta je vzhledem ke své hmotnosti extrémně malá a velmi chladná, kompletně černá, takže nemůžeme doufat, že ji uvidíme přímo. Prokázat její existenci lze nepřímou měření dvou veličin v blízkosti předpokládané černé díry. Můžeme měřit rychlosti materiálu obíhajícího kolem uvažované černé díry a také studovat záření tohoto materiálu přicházející z okolí černé díry. Rychlost nás informuje o minimální hustotě látky soustředěné v daném objemu prostoru (pod oběžnou dráhou sledovaného materiálu), zatímco vyzářené světlo nám řekne, zda tato hmota může být v podobě hvězd. V říjnu 2002 oznámil tým vedený Rainerem Schödelem z Institutu Maxe Plancka pro mimozemskou fyziku v Německu výsledky desetiletého pozorování pohybu hvězdy S2 blízko Sgr A\*. Výsledky tohoto týmu (Schödel 2002, 2003) využijeme v naší praktické úloze.

## 2 Pracovní postup

Začneme možná trochu překvapivě připomínkou Keplerových zákonů popisujících pohyby planet kolem Slunce:

1. Planety se pohybují kolem Slunce po eliptických drahách, v jejichž jednom ohnisku se nachází Slunce.
2. Plocha  $S$  opsaná průvodičem planety za jednotku času je stálá:
$$S/\Delta t = konst. \quad (2)$$
3. Poměr druhých mocnin oběžných dob je stejný jako poměr třetích mocnin velkých poloos oběžných drah.

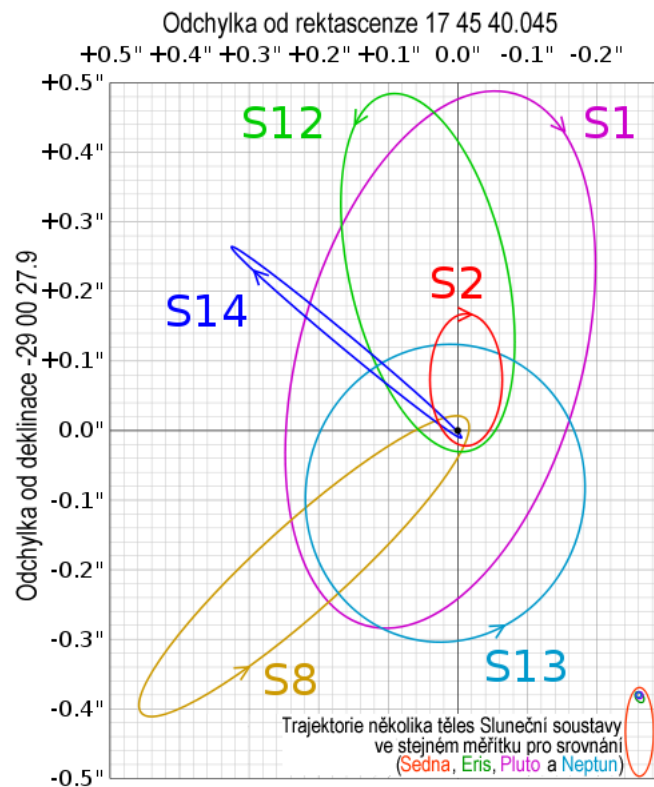
Kepler publikoval své zákony v letech 1609 až 1619. O několik let později, v roce 1687 Isaac Newton ukázal, že tyto zákony jsou v souladu s jeho univerzálním gravitačním zákonem. To

znamená, že je možné je využít nejen pro soustavu dvou těles planeta - Slunce, ale také pro Měsíc obíhající kolem Země, umělou družici na dráze kolem Jupiteru nebo hvězdu na oběžné trajektorii kolem černé díry. Aplikací Newtonova gravitačního zákona tak byl třetí Keplerův zákon přepsán do podoby:

$$P^2 = \frac{4\pi^2}{G} \frac{a^3}{m_1 + m_2}, \quad (3)$$

kde  $G$  je gravitační konstanta,  $m_1$  hmotnost Slunce a  $m_2$  hmotnost planety.

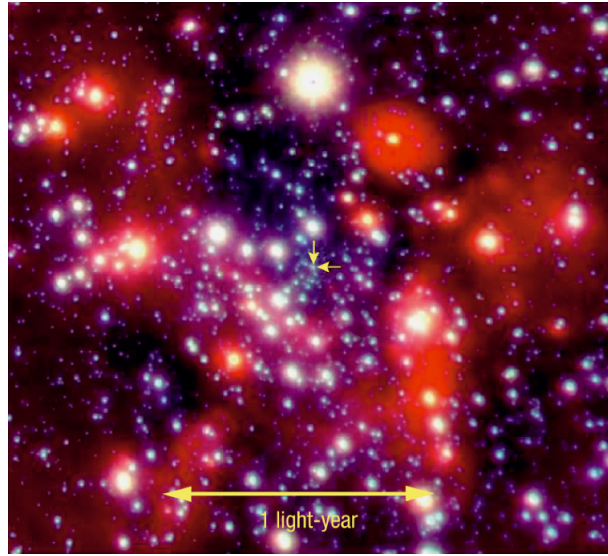
V devadesátých letech minulého století astronomové objevili několik hvězd, které se velmi rychle pohybují na oběžné dráze kolem středu naší Galaxie (viz obrázek 2). Dnes už jich známe více než sto. Otázkou ovšem je, zda může být jejich vysoká rychlost způsobena přítomností neviditelného, ale hmotného tělesa, tedy nejspíš onou centrální černou dírou?



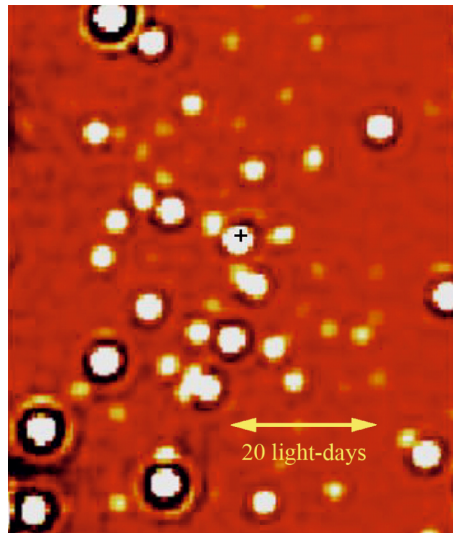
Obr. 2: Odvozené trajektorie šesti hvězd v okolí černé díry Sagittarius A\* v centru Galaxie na základě dat z Eisenhauer et al. (2005). Poznámka: Pro srovnávací obrázek je zvolena škála 7940 AU na jednu úhlovou vteřinu (1" v radiánech  $\times$  7.94 kpc v AU). V tomto měřítku je vzdálenost mezi Sluncem a hvězdou Proxima Centauri 33.8krát větší (268 000 AU  $\div$  7940 AU/" ) než výška obrázku.

## 2.1 Pozorování

Pozorování hvězd v blízkosti centra naší Galaxie je velmi obtížné. Ve výhledu směrem k centru Galaxie nám brání mnoho hvězd a oblaků mezihvězdné látky. Těmi alespoň zčásti pronikne infračervené záření delších vlnových délek, takže zachytíme záření hvězd z centra Galaxie zejména v této části spektra. Po mnoho let tak tým astronomů vedený Reinhardem Genzelem pořizoval snímky centra Galaxie v infračerveném oboru na ESO s pomocí Very Large Telescope v Chile (viz 3). V průběhu času se hvězdy v blízkosti centra Galaxie trochu posouvaly. Platí to zejména pro hvězdu označenou S2. Její polohu blízko centra Galaxie ukazuje obrázek 4.



Obr. 3: Snímek hvězd v centru Galaxie v blízké infračervené oblasti spektra pořízený přístrojem NACO na VLT. Dvě žluté šipky označují polohu kandidáta černé díry “Sagittarius A\*”. Vyznačená délka jednoho světelného roku odpovídá úhlové vzdálenosti 8”. Zdroj: ESO.



Obr. 4: Snímek pouhých dvou obloukových vteřin centrální oblasti naší Galaxie odpovídající zhruba 82 světelným dnům. Rádiový zdroj Sgr A\* je vyznačen křížkem. Bílé kolečko, prakticky na stejné pozici, je hvězda S2.

## 2.2 Výpočet hmotnosti

Podle třetího Keplerova zákona v přesnějším znění je možné zjistit celkovou hmotnost dvojice na sebe působících těles, pokud známe oběžnou periodu a velkou poloosu oběžné trajektorie. V tabulce 1 jsou uvedeny polohy hvězdy S2 v přepočtených pravoúhlých souřadnicích  $x, y$ . Jejich zakreslením do grafu tedy můžeme zjistit velkou poloosu  $a$  a posléze i periodu  $P$ . Jestliže budeme znát tyto dvě hodnoty, vypočteme pomocí Keplerova zákona celkovou hmotnost  $m$ , danou jako součet hmotnosti černé díry  $m_{BH}$  a hvězdy S2  $m_S$ . V této chvíli nám postačí znalost součtu hmotností. Teprve později se budeme zajímat, kolik z tohoto součtu připadá na hmotnost černé díry a kolik na hvězdu S2.

Po zakreslení poloh hvězdy S2 do grafu a určení poloos oběžné trajektorie přistoupíme ke

zjištění oběžné periody  $P$ . Za tuto dobu opíše průvodič hvězdy, tedy spojnice hvězda - černá díra, plochu  $S_{el}$

$$S_{el} = \pi ab, \quad (4)$$

kde  $a, b$  jsou velikost poloos elipsy. Druhý Keplerův zákon říká, že plocha opsaná průvodičem je stálá, což jinak řečeno znamená, že velikost opsané plochy je úměrná době, za kterou je tato plocha průvodičem opsána. Jestliže budeme například uvažovat polovinu oběžné doby  $P/2$ , pak plocha opsaná průvodičem bude  $S_{el}/2$ . Obecně tedy, jestliže se za čas  $\Delta t$  hvězda přesune z bodu 1 do bodu 2, pak plocha opsaná průvodičem bude

$$\Delta S = \frac{\Delta t}{P} S_{el}. \quad (5)$$

Potřebné údaje pro určení délky periody  $\Delta S, \Delta t$  a  $S_{el}$  najdeme v tabulce 1 nebo získáme s její pomocí.

Nyní už můžeme dosazením do třetího Keplerova zákona vypočítat celkovou hmotnost  $m$  hvězdy a černé díry. Hvězdy jsou definovány jako gravitačně vázané objekty s hmotnostmi v rozmezí zhruba  $0.08 M_{\odot}$  až řekněme přibližně  $120 M_{\odot}$ . Pokud jste však neudělali chybu, dostali jste v předchozím kroku řešení úlohy celkovou hmotnost  $m$  mnohem větší. Pak ale není vůbec důležité, jakého typu je hvězda  $S2$ , protože  $m_{BH} \gg m_S$ , je její hmotnost  $m_S$  zanedbatelná ve srovnání s hmotností černé díry. Takže můžeme psát, že celková hmotnost  $m \approx m_{BH}$  a je tedy vlastně dána hmotností černé díry. Ale moment ... , víme určitě, že ta hmota patří černé díře? Známe hmotnost objektu v oblasti Sgr A\*, ale co když to není černá díra, ale „jen“ uskupení velkého množství hvězd? Rozdíl mezi těmito dvěma možnostmi spočívá v tom, že hvězdy vyzařují světlo, ale černé díry nikoli.

## 2.3 Co je ve středu Galaxie?

Zkusme tedy zjistit, kolik světla bychom mohli z oblasti Sgr A\* očekávat, pokud by se tam nacházelo početné uskupení hvězd. Pro první odhad předpokládejte, že veškerá hmota tam přísluší hvězdám slunečního typu. Kolik Sluncí o hmotnosti  $2 \cdot 10^{30}$  kg bychom potřebovali, aby vyvážily oblast Sgr A\*?

Víme, že zářivý výkon našeho Slunce je přibližně  $4 \cdot 10^{26}$  W. Astronomové ale často poměří zářivý výkon hvězd pomocí absolutní hvězdné velikosti. Absolutní hvězdná velikost Slunce  $M_{\odot} = +4.83$  mag. Vzdálenost  $D$  Slunce k centru naší Galaxie je zhruba 8.0 kpc. Spočtete pozorovanou hvězdnou velikost pro Slunce, pokud bychom ho umístili do této vzdálenosti. Jak velká by byla pozorovaná hvězdná velikost vypočteného množství hvězd slunečního typu umístěného do oblasti Sgr A\*?

Už nyní můžeme prozradit, že astronomové nenaměřili téměř žádné světlo přicházející z centra Galaxie. To můžeme konec konců vidět i na obrázcích 3, 4, které ukazují světlo přicházející prakticky jen z hvězd kolem oblasti Sgr A\*. Samotný střed naší Galaxie je ale mnohem tmavší než by odpovídalo obsazení oblasti Sgr A\* hvězdami. Ve středu Galaxie tedy musí být černá díra.

## 2.4 Malé a velké černé díry

Možná vás napadne otázka, zda musí být každá černá díra tak hmotná, jako ta, kterou jste právě odhalili ve středu Galaxie. V úvodu jsme definovali černou díru a Schwarzschildův poloměr (viz vztah 1 pro velikost nerotující, symetrické černé díry). Využijme ale nyní opět úvah klasické mechaniky. Jak jsme již uvedli, je výsledný vztah pro velikost nerotující symetrické díry odvozený z klasické i relativistické fyziky čistě náhodou stejný. Využijme tedy nyní vztahu pro únikovou rychlost  $v_u$  z kulového objektu o hmotnosti  $m$  a poloměru  $r$  a pohrajme si trochu s čísly:

$$v_u = \sqrt{\frac{2Gm}{r}}. \quad (6)$$

Spočítejte únikovou rychlost z povrchu Země za předpokladu, že poloměr Země je  $R_Z = 6378$  km a její hmotnost  $M_Z = 6 \cdot 10^{24}$  kg. A teď to zkuste s tělesem o hmotnosti Země, ale o poloměru pouhých 0,5 cm. Nakonec, spočítejte únikovou rychlost, pokud by Země měla svůj normální poloměr, ale hmotnost 2200krát větší než Slunce. Uvidíte, že Země se transformuje do černé díry ve dvou případech: když ji značně stlačíme do velmi malého objemu a nebo když výrazně zvětšíme její hmotnost. Slunce má poloměr více než 100krát větší než Země. Takže druhý případ znamená, že vmáčknete objekt 2200krát těžší než Slunce do koule stokrát menší než Slunce. To je ale také extrémní stlačení. Rozhodující vlastností, která dělá černou díru černou dírou není tedy velikost, poloměr, ale její "kompaktnost", hustota - poměr hmotnosti k poloměru a vztah 6 to ukazuje v matematické podobě. Znamená to snad, že mohou existovat i černé díry s mnohem menší hmotností než Země, za předpokladu, že budou také velmi malé? Vypočtete na závěr, jak malý by musel být poloměr zhroutěného objektu o vaší hmotnosti, jinými slovy spočítejte, jak velká černá díra by vznikla z vašeho těla. Porovnejte tento poloměr s typickou velikostí atomu  $2 \cdot 10^{-10}$  m.

Závěrem můžeme tedy konstatovat, že černou dírou by se teoreticky mohlo stát cokoli - Slunce, Země a dokonce i vy, pokud byste byli schopni dostatečně zvýšit svoji hustotu. Jenže ve vesmíru dosud nalézáme jen černé díry s hmotnostmi většími než je zhruba hmotnost Slunce. Někdy jsou dokonce mnohem větší, jako například u oblasti Sgr A\* v centru naší Galaxie. Ale popravdě řečeno, to až tak neočekávaný výsledek není. Například vy sami prostě do černé díry zkolabovat nemůžete. Vyžadovalo by to nějaký lis, který neexistuje ani v přírodě ani jej nikdo nezkonstruoval. A stejně je na tom i naše Země nebo Slunce. O budoucím osudu vesmírných těles rozhoduje sudička gravitace při jejich zrodu podle porodní hmotnosti. O tom, že hvězda případně skončí jako černá díra se tedy ví od samého počátku.

## Použití zdroje a další materiály ke studiu

materiály použité při přípravě této úlohy:

Eisenhauer et al, 2005, The Astrophysical Journal, 628, 246-259

Schödel, R., et al., 2002, Nature, 419, 694

Schödel, R., Ott, T., Genzel, R., Eckart, A., Mouawad, N., & Alexander, T. 2003, Astrophysical Journal, 596, 1015

<http://www.astroex.org/english/exercise6/>

Několik zajímavých míst na internetu

<http://www.eso.org/outreach/press-rel/pr-2002/pr-17-02.html>

<http://amazing-space.stsci.edu/capture/blackholes/>

[http://hubblesite.org/discoveries/black\\_holes/](http://hubblesite.org/discoveries/black_holes/)

<http://www.phys.vt.edu/~jhs/faq/blackholes.html>

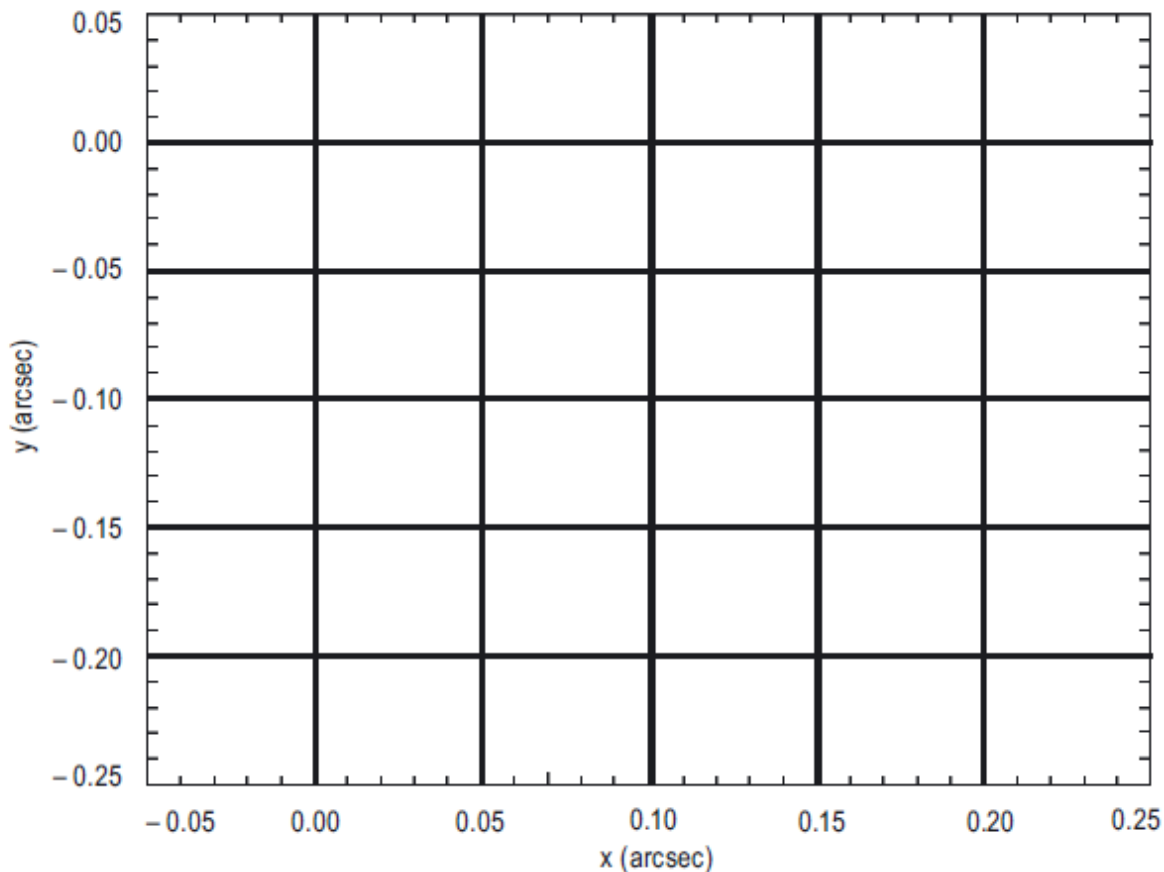
**Shrnutí úkolů:**

1. Zakreslete do grafu na obrázku 5 polohy hvězdy *S2* z tabulky 1 včetně nejistot jejich určení. Nejistoty v obou osách vyznačte jako příslušně dlouhé úsečky. Úlohu můžete opět řešit na počítači, jen nezapomeňte při tvorbě grafu na jemnou souřadnou síť, budete ji ještě potřebovat. Můžete využít i milimetrový papír.

Tabulka 1: Přepočtené souřadnice hvězdy *S2*. Předpokládaná černá díra má souřadnice (0.0, 0.0).

Měření	Datum [rok]	x ["]	dx ["]	y ["]	dy ["]
1	1992.226	0.104	0.003	-0.166	0.004
2	1994.321	0.097	0.003	-0.189	0.004
3	1995.531	0.087	0.002	-0.192	0.003
4	1996.256	0.075	0.007	-0.197	0.010
5	1996.428	0.077	0.002	-0.193	0.003
6	1997.543	0.052	0.004	-0.183	0.006
7	1998.365	0.036	0.001	-0.167	0.002
8	1999.465	0.022	0.004	-0.156	0.006
9	2000.474	-0.000	0.002	-0.103	0.003
10	2000.523	-0.013	0.003	-0.113	0.004
11	2001.502	-0.026	0.002	-0.068	0.003
12	2002.252	-0.013	0.005	0.003	0.007
13	2002.334	-0.007	0.003	0.016	0.004
14	2002.408	0.009	0.003	0.023	0.005
15	2002.575	0.032	0.002	0.016	0.003
16	2002.650	0.037	0.002	0.009	0.003
17	2003.214	0.072	0.001	-0.024	0.002
18	2003.353	0.077	0.002	-0.030	0.002
19	2003.454	0.081	0.002	-0.036	0.002

2. Do grafu zakreslete elipsu, která nejlépe odpovídá napozorovaným polohám hvězdy *S2*. Uvědomte si, že elipsa nemusí nutně procházet přímo všemi naměřenými body. Každý bod je přece určen s nějakou nejistotou.
3. Změřte poloosy vykreslené elipsy v úhlových vteřinách a přepočítejte naměřené hodnoty na délku vyjádřenou ve světelných dnech, jestliže víme, že v tomto případě 2" odpovídají 82 světelným dnům. Odhadněte nepřesnost vašeho určení délky poloosy zakreslené elipsy diskutujte. Všechny zjištěné hodnoty запиšte do tabulky 2.
4. Vypočtete plochu elipsy oběžné trajektorie  $S_{el} = \dots\dots\dots$
5. Určete periodu oběhu  $P$  hvězdy *S2* s využitím vztahu 5. Využít můžete dvou přístupů:



Obr. 5: Graf pro vykreslení poloh hvězdy  $S_2$ .

a) použití kartonu a přesných vah

Elipsu vykreslenou na obrázku 5 si zkopírujte, nejlépe na tuhý papír, karton a vystříhnete. Vystřiženou elipsu zvažte na váhách s přesností 0,01 gramu. Zvážená hmotnost odpovídá ploše  $S_{el}$ . Nyní vystříhnete část, která dle měření v tabulce 1 nebyla opsána průvodičem, a opět ji zvažte. Dostane hodnotu pro plochu  $\Delta S$ . Skutečné plochy bychom samozřejmě dostali jednoduchým přepočtem, ale protože potřebujete jen poměr ploch, není taková konverze zapotřebí. Přesnost metody zvýšíte, když elipsu nalepíte na nějaký karton, ale pozor, aby bylo lepidlo rozprostřeno rovnoměrně.

Hmotnost elipsy: . . . . ., hmotnost segmentu . . . . .

Časový interval odpovídající zvolenému segmentu: . . . . .

Nyní ze vztahu 5 spočtete hodnotu periody  $P = . . . . .$

b) počítání čtverečků

Graf na obrázku 5 má naznačenou poměrně jemnou souřadnou síť. Pomocí čtverečků této sítě určete plochu elipsy  $S_{el}$  a plochy  $\Delta S$  pro pět různých časových intervalů  $\Delta t$ . Okamžiky vymezující příslušné segmenty naleznete v tabulce 1. Do tabulky 3 запиšte čísla měření počátečního a konečného bodu zvolené výseče z tabulky 1, odpovídající  $\Delta t$ , vypočtenou plochu  $\Delta S$ .

Plocha elipsy  $S_{el} = . . . . .$  čtverečků.

Pro každou zvolenou dvojici měření spočtete uvedeným postupem periodu  $P$  a запиšte do tabulky 3. Nakonec určete průměrnou hodnotu periody vyplývající z vašich pěti zvolených výsečí a její chybu.

Tabulka 2: Velikost poloos oběžné trajektorie hvězdy *S2*.

Poloosa	Délka		Nejistota určení	
	["]	[světelné dny]	["]	[světelné dny]
hlavní				
vedlejší				

Diskutujte nejistoty určení periody zvolenou metodou. Pokud se rozhodnete využít druhé metody, porovnejte chybu aritmetického průměru s odhadnutou nejistotou určení hodnoty periody na základě všech dosavadních kroků.

Tabulka 3: Vybrané segmenty trajektorie hvězdy *S2*.

Výseč	Počátek měření	Koncové měření	$\Delta t$ [roky]	$\Delta S$	Perioda [roky]
1					
2					
3					
4					
5					

- Dosazením do třetího Keplerova zákona vypočtete celkovou hmotnost hvězdy a černé díry  $m = m_{\text{BH}} + m_{\text{S}} = \dots$
- Spočítejte kolik hvězd sluneční hmotnosti ( $2 \cdot 10^{30}$  kg) bychom potřebovali, abychom dostali stejnou hmotnost jako zjištěná hodnota  $m$ ?  
Počet hvězd  $N = \dots$
- Vypočtete pozorovanou hvězdnou velikost Slunce, pokud bychom jej umístili do vzdálenosti centra naší Galaxie ( $D \approx 8.0$  kpc), a určete pozorovanou hvězdnou velikost v předchozím kroku zjištěného počtu hvězd.  
Pozorovaná hvězdná velikost Slunce ve vzdálenosti  $D \dots$   
Pozorovaná hvězdná velikost  $N$  hvězd ve vzdálenosti  $D \dots$

Přestože jsme v úvodu úlohy zmínili, že náš výhled směrem ke středu Galaxie je zastíněn množstvím mezihvězdné látky, v našich úvahách a výpočtech se zmínka o extinkci dosud neobjevila. Spočítejte znovu pozorovanou hvězdnou velikost Slunce, pokud bychom jej umístili do vzdálenosti 8.0 kpc, ale tentokrát uvažujte také mezihvězdnou extinkci ve vizuálním oboru  $A_V = 30$  mag. Vztah pro modul vzdálenosti pak bude mít podobu

$$m - M = 5 \log r - 5 + A. \quad (7)$$



Pozorovaná hvězdná velikost Slunce ve vzdálenosti  $D$  s uvažovanou extinkcí . . . . .  
 Pozorovaná hvězdná velikost  $N$  hvězd ve vzdálenosti  $D$  s uvažovanou extinkcí . . . . .

9. Spočítejte únikovou rychlost z povrchu Země za různých předpokladů, kdy budeme měnit poloměr i hmotnost Země. Začneme ale s těmi správnými hodnotami, poloměrem  $R_Z = 6378$  km a hmotností  $M_Z = 6 \cdot 10^{24}$  kg. Výsledky запиšte do tabulky 4.

Tabulka 4: Únikové rychlosti z různých těles.

	$R_Z = 6378$ km	$R_Z = 0.5$ cm	$R_Z = 6378$ km
	$M_Z = 6 \cdot 10^{24}$ kg	$M_Z = 6 \cdot 10^{24}$ kg	$2200 M_\odot$
Úniková rychlost [km/s]			

10. Nakonec spočítejte velikost černé díry vzniklé z vašeho těla. Jinak řečeno, určete poloměr tělesa o vaší hmotnosti, na jehož povrchu by byla úniková rychlost rovna rychlosti světla.

Poloměr černé díry z mého těla . . . . .

Porovnejte tento poloměr s typickou velikostí atomu  $2 \cdot 10^{-10}$  m. Diskutujte.